

Durante a suspensão de um objeto até uma determinada altura, a força efetuada pelo guindaste está realizando trabalho. O tempo de realização desse trabalho determina a potência do guindaste; quanto maior a potência, mais eficiente será o equipamento.

O trabalho realizado por uma força está relacionado à intensidade da força e ao deslocamento que ela provoca. Em situações práticas é fundamental considerar a rapidez da realização de determinado trabalho, definindo a grandeza física denominada potência.

▶ **14.1 Trabalho de uma força constante**

Em Física, trabalho está associado a uma força e a um deslocamento.

▶ **14.2 Trabalho de uma força qualquer**

A representação gráfica da componente tangencial de uma força qualquer em função do espaço ($F_t \times s$) permite calcular o trabalho dessa força.

▶ **14.3 Dois casos notáveis**

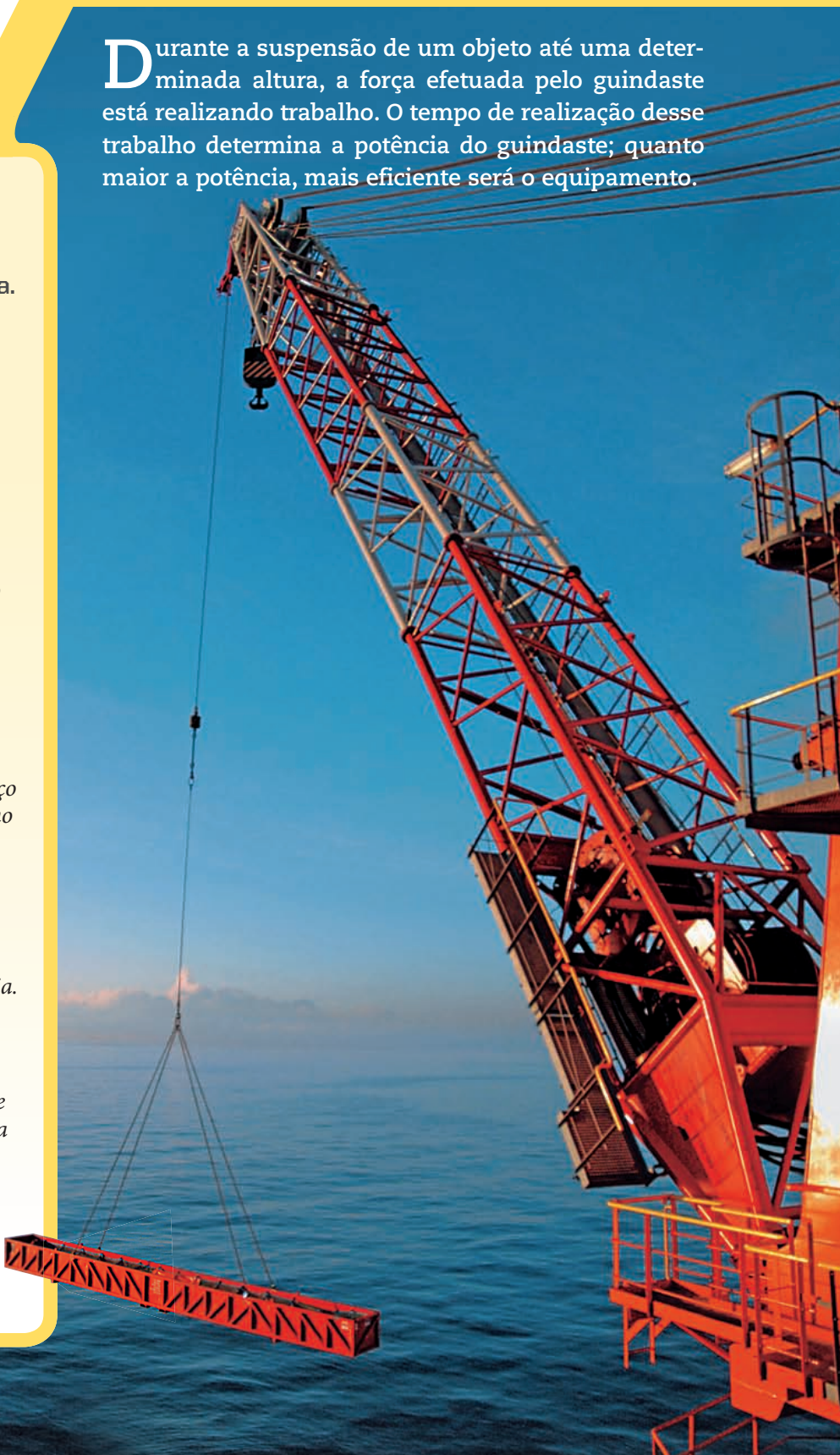
Os trabalhos realizados pela força peso e pela força elástica independem da forma da trajetória.

▶ **14.4 Potência**

Uma máquina será tanto mais eficiente quanto menor o tempo de realização do trabalho de sua força motora.

▶ **14.5 Rendimento**

A noção de rendimento está associada ao que se pode obter de útil de um total que foi aplicado.



Objetivos

- ▶ Distinguir o termo trabalho usado comumente daquele empregado na Física.
- ▶ Conceituar trabalho de uma força constante.
- ▶ Classificar o trabalho em motor ou resistente.
- ▶ Identificar e utilizar as unidades de medida de trabalho e as relações entre elas.

Termos e conceitos

- trabalho
- trabalho motor
- trabalho resistente
- joule
- erg
- quilowatt-hora
- elétron-volt

Trabalho de uma força constante

É comum ouvirmos frases do tipo “o trabalho deste operário é muito difícil” ou “vou levar 12 horas para concluir esse trabalho”. Nessas frases há o termo **trabalho**, que também é empregado em Física, mas com significado muito preciso e diferente do anterior.

Em Física, **trabalho** está associado a forças, e não a corpos: diz-se “trabalho de uma força” e nunca “trabalho de um corpo”.

A noção de trabalho será apresentada por etapas, pelas dificuldades matemáticas que envolve. De início, veremos trabalho de uma força constante em dois casos particulares: paralela e não paralela ao deslocamento. A seguir, analisaremos o caso geral: forças e deslocamentos quaisquer.

1 Força constante paralela ao deslocamento

Considere um corpo que realiza o deslocamento \vec{AB} sob a ação de um conjunto de forças. Destaquemos, desse conjunto, a força \vec{F} , constante, paralela e de mesmo sentido que o deslocamento \vec{AB} (fig. 1).

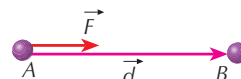


Figura 1.

Por definição, **trabalho** \mathcal{Z}^* da força constante \vec{F} , paralela e de mesmo sentido que o deslocamento \vec{AB} , é a grandeza escalar:

$$\mathcal{Z} = Fd, \text{ sendo } d = |\vec{AB}|$$

Se a força constante \vec{F} for paralela e de sentido contrário ao deslocamento \vec{AB} (fig. 2), o trabalho de \vec{F} será dado por:

$$\mathcal{Z} = -Fd$$



Figura 2.

Quando a força favorece o deslocamento, seu trabalho é positivo e denominado **trabalho motor** (fig. 3A). Quando a força se opõe ao deslocamento, seu trabalho é negativo e denominado **trabalho resistente** (fig. 3B).



Figura 3.

* \mathcal{Z} : tau (letra grega).



Por exemplo, se abandonamos um corpo, deixando-o em queda livre (**fig. 4**), seu peso favorece o deslocamento; nesse caso, o trabalho do peso é motor (positivo). Porém, se atiramos um corpo para cima, seu peso se opõe ao deslocamento, e o trabalho do peso será resistente (negativo).

Portanto:

$$\mathcal{Z} = \pm Fd \text{ (com } \vec{F} \text{ paralelo a } \vec{AB}\text{)}$$

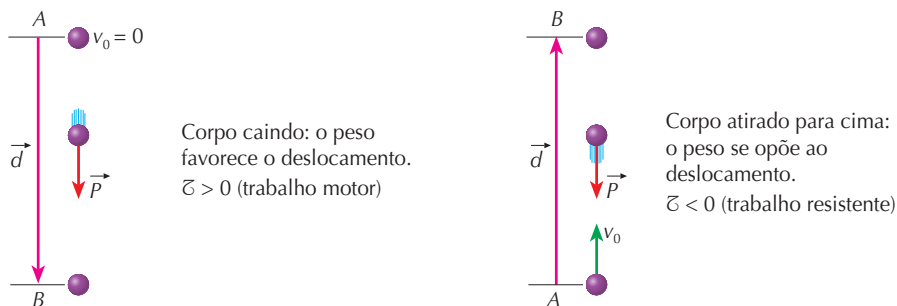


Figura 4.

Observe que:

- a) o trabalho é sempre de uma força;
- b) o trabalho é realizado num deslocamento (entre dois pontos);
- c) o trabalho é uma grandeza escalar (intensidade de \vec{F} e de \vec{AB});
- d) o trabalho depende do referencial;
- e) o trabalho é positivo, quando a força favorece o deslocamento (**fig. 5**); e negativo, quando a força se opõe ao deslocamento (**fig. 6**).

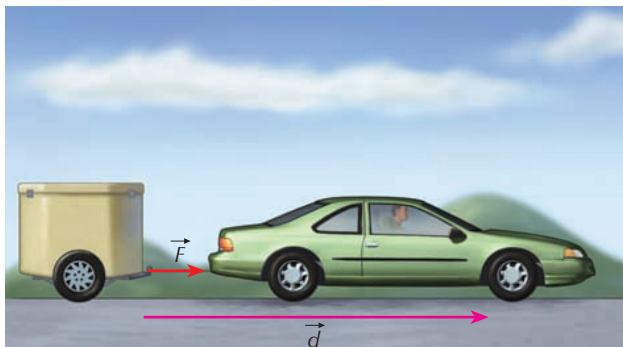


Figura 5. No deslocamento \vec{d} a força \vec{F} que o carro aplica no reboque realiza um trabalho motor (positivo).

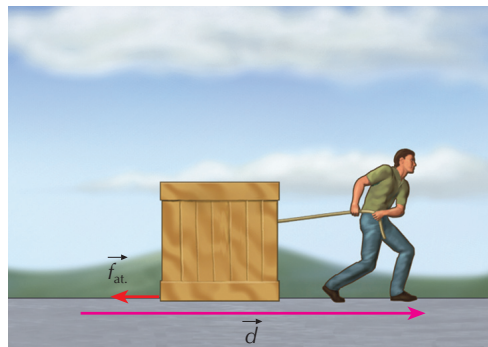


Figura 6. No deslocamento \vec{d} a força de atrito \vec{f}_{at} que o solo aplica no bloco realiza um trabalho resistente (negativo).

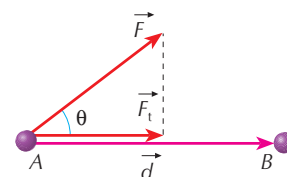
2 Força constante não paralela ao deslocamento

Vamos estender o conceito anterior para o caso da força não paralela ao deslocamento. Na **figura 7**, seja F_t a projeção da força \vec{F} na direção do deslocamento \vec{AB} . Nessas condições, por definição, o trabalho da força \vec{F} é dado por:

$$\mathcal{Z} = F_t d$$

Sendo $F_t = F \cdot \cos \theta$, vem:

$$\mathcal{Z} = F \cdot \cos \theta \cdot d \Rightarrow \mathcal{Z} = Fd \cdot \cos \theta$$



$$\mathcal{Z} = (\text{proj. } \vec{F}) \cdot d = F_t d = (F \cdot \cos \theta) \cdot d$$

Figura 7.

Se a força componente \vec{F}_t é favorável ao deslocamento (**fig. 8A**), o trabalho da força \vec{F} é motor ($\mathcal{Z} > 0$). Se \vec{F}_t é contrário ao deslocamento (**fig. 8B**), o trabalho de \vec{F} é resistente ($\mathcal{Z} < 0$).



Figura 8.

Na expressão $\mathcal{Z} = Fd \cdot \cos \theta$, o termo $d \cdot \cos \theta$ representa a projeção do deslocamento \vec{AB} na direção da força \vec{F} (**fig. 9**).

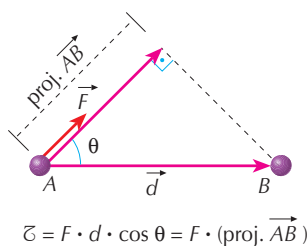


Figura 9.

Portanto, para o cálculo do trabalho, conforme a conveniência:

- projete a força na direção do deslocamento (**figs. 7 e 8**); ou
- projete o deslocamento na direção da força (**fig. 9**).

Feito isso, para os elementos paralelos, aplique a definição de trabalho.

Quando a força \vec{F} é perpendicular ao deslocamento \vec{AB} , sua projeção (ou a projeção de seu deslocamento) é nula; logo, seu trabalho é nulo (**fig. 10**). Assim, num deslocamento horizontal, o peso e a reação normal do apoio têm trabalhos nulos. Analogamente, a força centrípeta tem trabalho nulo, pois é sempre perpendicular à trajetória, em cada instante.

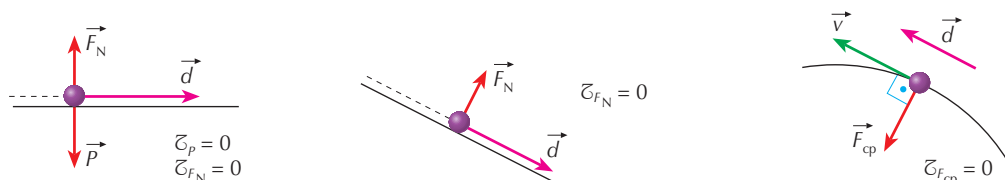


Figura 10.

Unidades de trabalho

unidade de trabalho = (unidade de intensidade de força) \times (unidade de comprimento)

No Sistema Internacional de Unidades (SI), temos:

$$\text{joule}^* (\text{J}) = \text{newton} \times \text{metro}$$

Um múltiplo bastante utilizado é o quilojoule (kJ).

No sistema CGS, a unidade de trabalho é o erg = dina \times centímetro.

Relações: $1 \text{ kJ} = 10^3 \text{ J}$ e $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$

Há outras unidades de trabalho que serão posteriormente definidas, o quilowatt-hora (kWh) e o elétron-volt (eV):

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

* **JOULE**, James Prescott (1818-1889), viveu na Inglaterra e estabeleceu a equivalência entre o trabalho mecânico e o calor. Estudou também as propriedades termodinâmicas dos gases e o aquecimento de condutores quando percorridos por corrente elétrica.



Seção 14.2

Objetivos

- ▶ Calcular o trabalho realizado por uma força constante \vec{F} , paralela e de mesmo sentido do deslocamento, por meio do gráfico $F \times s$.
- ▶ Generalizar o cálculo do trabalho para uma força qualquer.

Trabalho de uma força qualquer

No caso de uma força constante \vec{F} agindo sobre o corpo, paralela e de mesmo sentido que o deslocamento de módulo d , o trabalho pode ser calculado pela área do retângulo destacado no gráfico da **figura 11A**. Essa área corresponde ao produto Fd , isto é:

$$A = \mathcal{Z} \text{ (numericamente)}$$

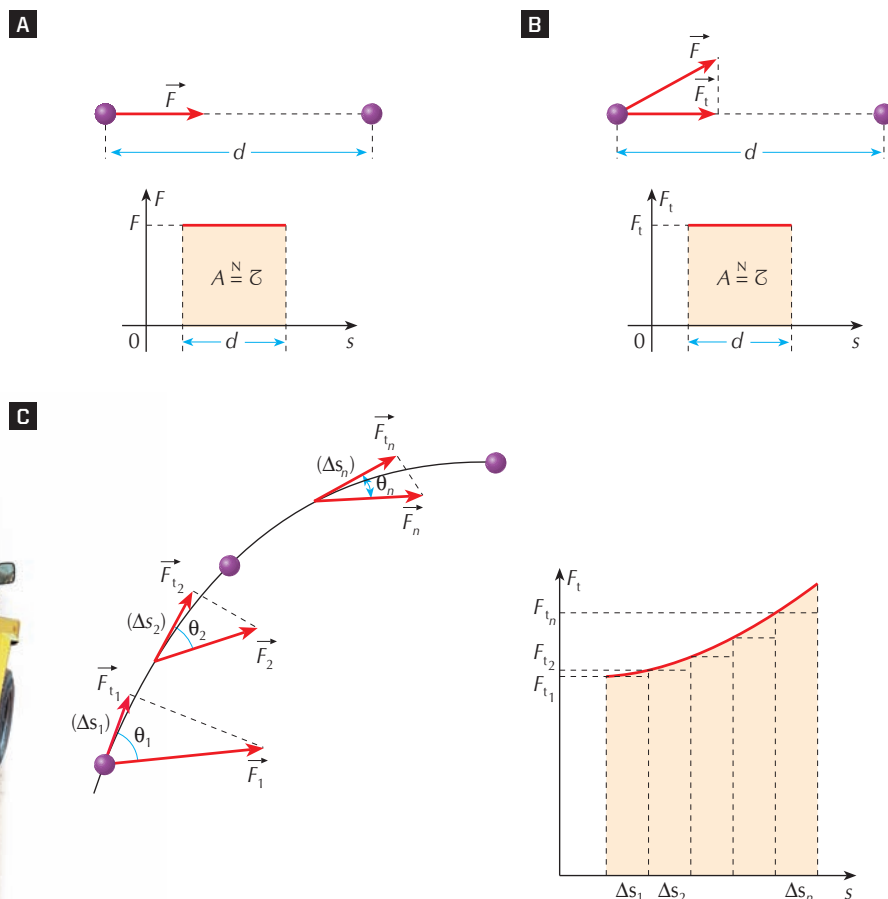
Se a força for constante, mas não paralela ao deslocamento, o cálculo gráfico deve ser feito, como se indica na **figura 11B**, no gráfico da projeção F_t da força na direção do deslocamento.

Generalizando, se a força \vec{F} atuante for variável em módulo, direção e sentido, o cálculo por meio do gráfico pode ser feito como é mostrado na **figura 11C**. O trabalho realizado num deslocamento muito pequeno Δs ($\Delta \mathcal{Z} = F_t \Delta s$) corresponde à área de uma estreita faixa retangular, sendo F_t a projeção da força na direção do deslocamento. O trabalho total \mathcal{Z} realizado pela força é medido pela soma dos retângulos semelhantes ao anterior. Considerando-se deslocamentos infinitesimais ($\Delta s \rightarrow 0$), a soma das áreas dos retângulos tenderá à área sob a curva. Assim, esse trabalho é numericamente igual à área total destacada no gráfico da **figura 11C**:

$$A = \mathcal{Z} \text{ (numericamente)}$$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

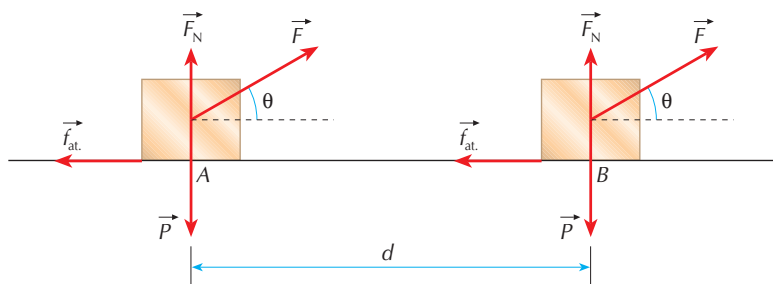
Construindo-se o gráfico da intensidade da força resultante em função do deslocamento do veículo pode-se, por meio da área abaixo desse gráfico, calcular o trabalho realizado por tal força. ▾



▶ **Figura 11.** Cálculo gráfico do trabalho de uma força.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 115 Um bloco parte da posição A e atinge a posição B sob ação de um sistema de forças, conforme mostra a figura:



Sendo $F = 50 \text{ N}$, $\cos \theta = 0,80$, $P = 70 \text{ N}$, $F_N = 40 \text{ N}$, $f_{\text{at.}} = 10 \text{ N}$ e $d = 5,0 \text{ m}$, determine:

- o trabalho que cada força realiza no deslocamento \overline{AB} ;
- o trabalho da força resultante nesse deslocamento.

Solução:

a) O trabalho que a força \vec{F} realiza é dado por:

$$\mathcal{Z}_F = Fd \cdot \cos \theta \Rightarrow \mathcal{Z}_F = 50 \cdot 5,0 \cdot 0,80 \Rightarrow \mathcal{Z}_F = 2,0 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Os trabalhos de \vec{F}_N e \vec{P} são nulos, pois estas forças são perpendiculares ao deslocamento \overline{AB} . Portanto:

$$\mathcal{Z}_{F_N} = 0 \quad \text{e} \quad \mathcal{Z}_P = 0$$

A força de atrito $\vec{f}_{\text{at.}}$ realiza um trabalho resistente:

$$\mathcal{Z}_{f_{\text{at.}}} = -f_{\text{at.}}d \Rightarrow \mathcal{Z}_{f_{\text{at.}}} = -10 \cdot 5,0 \Rightarrow \mathcal{Z}_{f_{\text{at.}}} = -50 \text{ J}$$

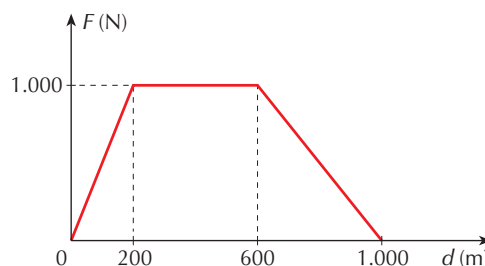
b) O trabalho da força resultante \vec{F}_R é a soma algébrica dos trabalhos das forças componentes. Assim, temos:

$$\mathcal{Z}_{F_R} = \mathcal{Z}_F + \mathcal{Z}_P + \mathcal{Z}_{F_N} + \mathcal{Z}_{f_{\text{at.}}} \Rightarrow \mathcal{Z}_{F_R} = 2,0 \cdot 10^2 + 0 + 0 + (-50) \Rightarrow \mathcal{Z}_{F_R} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Respostas: a) $\mathcal{Z}_F = 2,0 \cdot 10^2 \text{ J}$; $\mathcal{Z}_P = 0$; $\mathcal{Z}_{F_N} = 0$; $\mathcal{Z}_{f_{\text{at.}}} = -50 \text{ J}$; b) $\mathcal{Z}_{F_R} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ J}$

R. 116 Um carro de massa 1.000 kg move-se sem resistências dissipadoras em trajetória retilínea, a partir do repouso. O gráfico da força motora na própria direção do movimento é representado na figura ao lado. Determine:

- o tipo do movimento em cada trecho do deslocamento;
- a aceleração do carro quando se encontra a 400 m da origem;
- o trabalho da força \vec{F} no deslocamento de 0 a 1.000 m .



Solução:

a) Até 200 m a força é variável e a aceleração que produz também é variável — é um movimento variado sem ser MUV.

De 200 m a 600 m a força é constante, portanto a aceleração é constante, e o movimento é MUV.

De 600 m a 1.000 m a força novamente é variável, produzindo uma aceleração variável — o movimento é variado sem ser MUV.

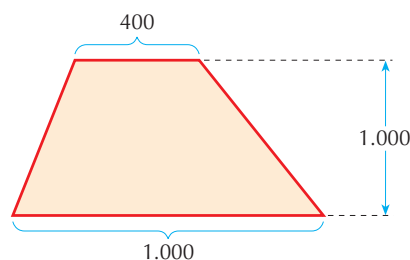
b) Para $d = 400 \text{ m}$, pelo gráfico, $F = 1.000 \text{ N}$.

$$\text{Como } F = ma, \text{ vem: } 1.000 = 1.000a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

c) O trabalho da força \vec{F} é numericamente igual à área do trapézio (sua área é dada pela soma das bases vezes a altura dividida por 2):

$$\mathcal{Z} = \frac{(1.000 + 400) \cdot 1.000}{2} = 700.000$$

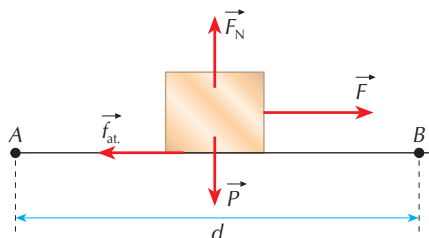
$$\mathcal{Z} = 700.000 \text{ joules} = 700 \text{ kJ}$$



Respostas: b) 1 m/s^2 ; c) 700 kJ

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 311** Um bloco está se deslocando numa mesa horizontal em movimento retilíneo e uniforme, sob ação das forças indicadas na figura.

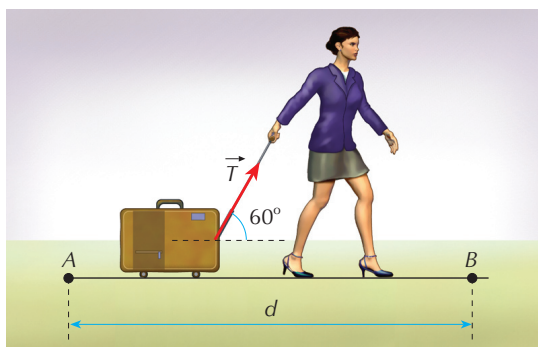


A força \vec{F} é horizontal e tem intensidade 20 N, determine:

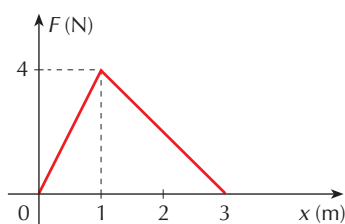
- o trabalho realizado pela força \vec{F} e pela força de atrito \vec{f}_{at} num deslocamento \overline{AB} , sendo $d = |\overline{AB}| = 2,0$ m;
- o trabalho da força resultante nesse deslocamento.

- P. 312** A jovem da figura desloca sua mala de viagem aplicando, por meio do fio, uma força de intensidade $T = 1,0 \cdot 10^2$ N, formando um ângulo de 60° com a horizontal. Determine o trabalho que \vec{T} realiza no deslocamento \overline{AB} tal que $d = |\overline{AB}| = 50$ m.

Dados: $\cos 60^\circ = 0,50$; $\sin 60^\circ = 0,87$.



- P. 313** O gráfico representa a variação da intensidade da força resultante \vec{F} que atua sobre um corpo de 2 kg de massa em função do deslocamento x .



Sabendo que a força \vec{F} tem a mesma direção e sentido do deslocamento, determine:

- a aceleração máxima adquirida pelo corpo;
- o trabalho total realizado pela força \vec{F} entre as posições $x = 0$ e $x = 3$ m.

Seção 14.3

Objetivos

- ▶ Calcular o trabalho da força peso.
- ▶ Calcular o trabalho da força elástica.
- ▶ Constatar que o trabalho da força peso e o da força elástica independem da forma da trajetória descrita.

Termos e conceitos

- força conservativa
- força dissipativa

Dois casos notáveis

1 Trabalho do peso

Considere um corpo de peso \vec{P} e seja \overline{AB} um deslocamento vertical e h o desnível entre A e B (fig. 12). Como o peso \vec{P} é constante e paralelo ao deslocamento \overline{AB} , temos:

$$\mathcal{Z} = \pm Fd, \text{ sendo } F = P \text{ e } d = |\overline{AB}| = h$$

Portanto:

$$\mathcal{Z} = \pm Ph$$

Se o corpo cai (fig. 12A), o peso está a favor do deslocamento e o trabalho é motor ($\mathcal{Z} = +Ph$). Se o corpo estiver subindo (fig. 12B), o peso tem sentido contrário ao deslocamento e o trabalho é resistente ($\mathcal{Z} = -Ph$).

Se o corpo vai de A até B , passando por um ponto C intermediário (fig. 13), projetamos o deslocamento na direção do peso. Sejam h_1 a projeção vertical de \overline{AC} e h_2 a projeção vertical de \overline{CB} . Daí:

$$\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_{AC} + \mathcal{Z}_{CB}$$

$$\mathcal{Z} = Ph_1 + Ph_2 = P \cdot (h_1 + h_2) = Ph$$

$$\mathcal{Z} = Ph$$

Observe que o resultado é o mesmo.

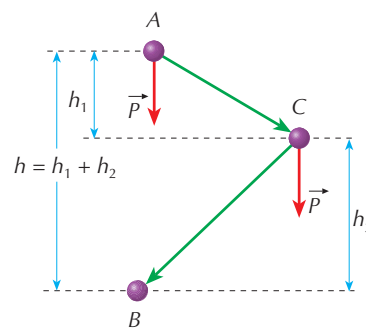
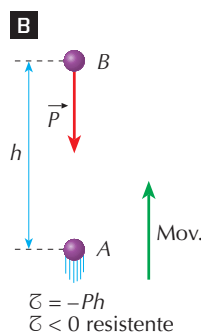
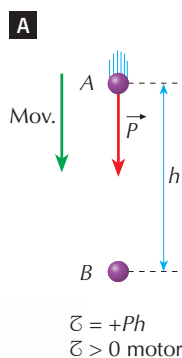


Figura 12.

Figura 13.

Considere agora (fig. 14) uma sucessão de segmentos retilíneos \overline{AC} , \overline{CD} , \overline{DE} , ..., \overline{XB} de A até B . Pelo mesmo raciocínio anterior, sejam h_1, h_2, \dots, h_n as projeções verticais desses segmentos. Daí:

$$\mathcal{Z} = Ph_1 + Ph_2 + \dots + Ph_n = P \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_n)$$

$$\mathcal{Z} = Ph$$

Se a linha poligonal $ACDE \dots B$ possuir um conjunto demasiado grande de segmentos (fig. 15), tenderá a uma curva. O trabalho do peso, porém, continua a ser o mesmo.

O trabalho do peso é independente da trajetória.

Num deslocamento horizontal, a força peso não realiza trabalho. ▽



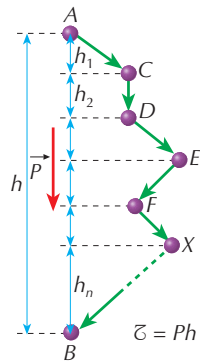


Figura 14.

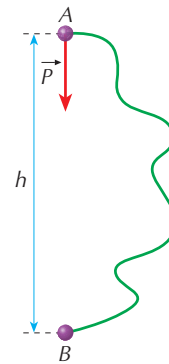


Figura 15.

Resumindo, temos:

Trabalho do peso

- a) Positivo quando o corpo desce: $Z = +Ph$
 Negativo quando o corpo sobe: $Z = -Ph$
 Nulo em deslocamento horizontal: $Z = 0$
- b) Só depende do próprio peso e do desnível entre posição inicial e final (h).
- c) Não depende da forma da trajetória.

Exemplos:

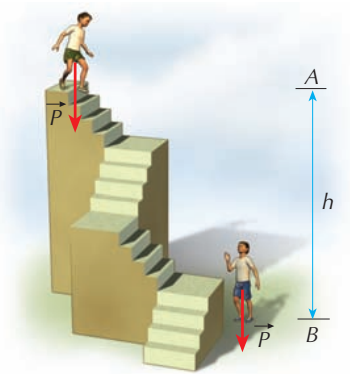


Figura 16. O trabalho do peso é $\pm Ph$, não dependendo da trajetória.

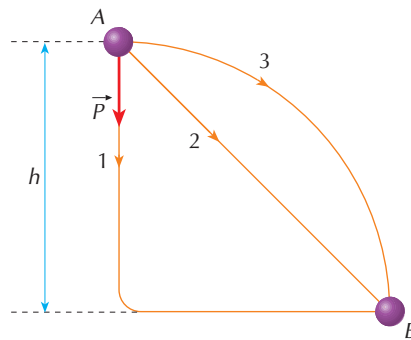
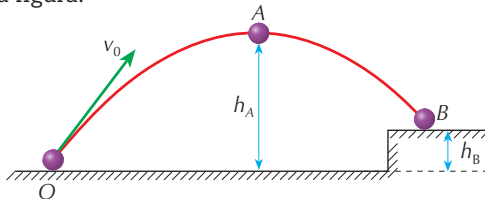


Figura 17. Em qualquer uma das trajetórias (1), (2) e (3) o trabalho do peso é o mesmo.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 117 Uma partícula de massa $m = 0,10 \text{ kg}$ é lançada obliquamente, descrevendo a trajetória indicada na figura.



Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, $h_A = 1,0 \text{ m}$ e $h_B = 0,30 \text{ m}$, determine o trabalho realizado pelo peso da partícula nos deslocamentos de O para A e de A para B.

Solução:

No deslocamento de O para A a partícula sobe e portanto seu peso realiza trabalho negativo:

$$Z_{OA} = -Ph_A \Rightarrow Z_{OA} = -mgh_A$$

Sendo $m = 0,10 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $h_A = 1,0 \text{ m}$ (desnível entre O e A), vem:

$$Z_{OA} = -0,10 \cdot 10 \cdot 1,0 \Rightarrow Z_{OA} = -1,0 \text{ J}$$

No deslocamento de A para B o corpo desce e o trabalho do peso é positivo: $Z_{AB} = +mgh$.

O desnível h entre A e B é:

$$h_A - h_B = 1,0 \text{ m} - 0,30 \text{ m} = 0,70 \text{ m}$$

Portanto:

$$Z_{AB} = +0,10 \cdot 10 \cdot 0,70 \Rightarrow Z_{AB} = +0,70 \text{ J}$$

Resposta: $Z_{OA} = -1,0 \text{ J}$; $Z_{AB} = +0,70 \text{ J}$



2 Trabalho da força elástica

Considere um sistema elástico constituído por uma mola e um bloco. Na **figura 18A**, a mola não está deformada e o sistema está em repouso. Ao ser alongada (**fig. 18B**) ou comprimida (**fig. 18C**), a mola exerce no bloco uma força denominada **força elástica** $\vec{F}_{\text{elást.}}$, que tende a trazer o bloco de volta à posição de equilíbrio.

A intensidade da força elástica é proporcional à deformação x (lei de Hooke):

$$F_{\text{elást.}} = kx$$

Nessa fórmula, k é a constante elástica da mola.

Para calcular o trabalho de uma força elástica, não se utiliza a definição “força vezes deslocamento”, pois essa força não é constante, variando com a deformação.

Para isso devemos usar o cálculo gráfico. No gráfico da **figura 19**, o valor absoluto do trabalho da força elástica é numericamente igual à área destacada na figura (área de um triângulo):

$$|Z| = \frac{kx \cdot x}{2} \Rightarrow |Z| = \frac{kx^2}{2}$$

Esse trabalho pode ser motor ou resistente. Será resistente quando a mola for alongada ou comprimida: $Z_{OA} < 0$ e $Z_{OA'} < 0$; será motor quando a mola voltar à sua posição de equilíbrio: $Z_{AO} > 0$ e $Z_{A'O} > 0$ (**figs. 20B e 20C**). Desse modo:

$$Z = \pm \frac{kx^2}{2}$$

A exemplo do peso, o trabalho da força elástica é **independente da trajetória**. Assim, o trabalho da força elástica ao longo da trajetória AO ($A \rightarrow O$) é igual ao trabalho ao longo da trajetória $AA'O$ ($A \rightarrow A' \rightarrow O$), como se mostra nas **figuras 20D e 20E**.

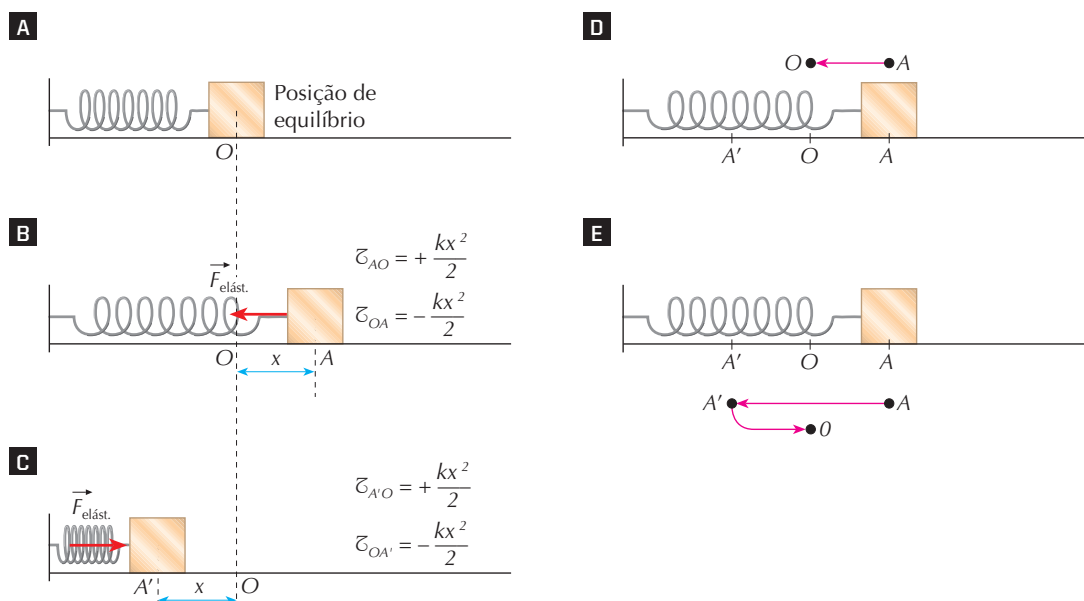


Figura 20.

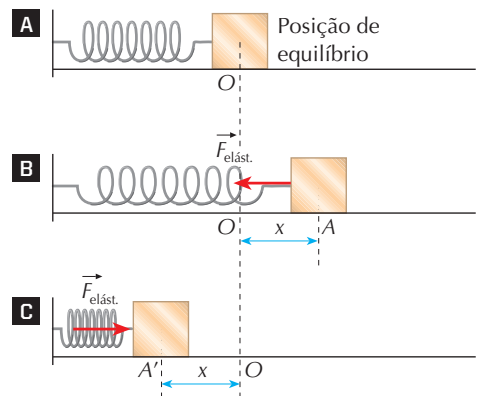


Figura 18.

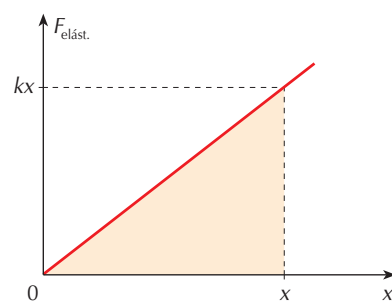


Figura 19.



Concluindo, as forças peso e elástica têm a seguinte propriedade: seus trabalhos são independentes da forma da trajetória. No entanto, nem todas as forças apresentam essa propriedade.

As forças cujo trabalho entre dois pontos independe da forma da trajetória são chamadas **forças conservativas**. O peso e a força elástica são exemplos de forças conservativas.

Às forças conservativas associa-se o conceito de **energia potencial**, conforme veremos no capítulo 15, seção 15.2.

A força de atrito não é conservativa. Quando a força de atrito realiza trabalho, este depende da forma da trajetória. A força de atrito é chamada **força dissipativa**. A resistência do ar é outro exemplo de força dissipativa.

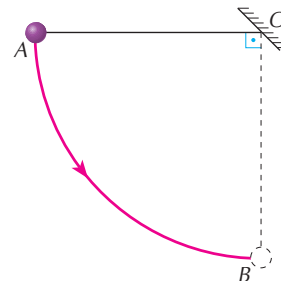


▶ A força de atrito é dissipativa.

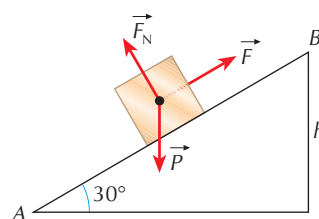
Forças conservativas, como o peso e a força elástica, têm trabalhos independentes da forma da trajetória.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 314** Uma pequena esfera de massa $m = 0,2$ kg está presa à extremidade de um fio de comprimento $0,8$ m, que tem a outra extremidade fixa num ponto O . Determine o trabalho que o peso da esfera realiza no deslocamento de A para B , conforme a figura. Use $g = 10$ m/s².



- P. 315** Um pequeno bloco de massa igual a $2,0$ kg sobe uma rampa inclinada de 30° em relação à horizontal, sob a ação da força \vec{F} de intensidade 20 N, conforme indica a figura. Sendo $g = 10$ m/s² e $h = 2,0$ m, determine os trabalhos realizados pela força \vec{F} , pelo peso \vec{P} e pela normal \vec{F}_N no deslocamento de A para B .



- P. 316** Considere o sistema elástico constituído de uma mola e de um pequeno bloco. A constante elástica da mola é igual a 50 N/m. Inicialmente o sistema está em equilíbrio (fig. I). A seguir, a mola é alongada, passando pelas posições A (fig. II) e B (fig. III). Sejam as deformações $x_A = OA = 10$ cm e $x_B = OB = 20$ cm.

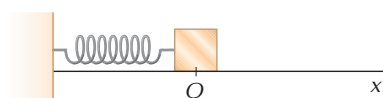


Figura I.

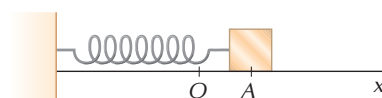


Figura II.

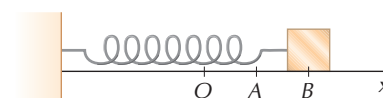


Figura III.

Determine o trabalho da força elástica nos deslocamentos de:

a) O para A ;

b) B para O ;

c) B para A .



Seção 14.4

Objetivos

- ▶ Conceituar potência média.
- ▶ Conceituar potência instantânea.
- ▶ Relacionar a potência com as intensidades da força e da velocidade.
- ▶ Identificar e utilizar as unidades de medida de potência e as relações entre elas.

Termos e conceitos

- potência
- potência média
- watt
- cv (cavalo-vapor)
- hp (horse-power)

Potência

Em situações práticas é fundamental considerar a rapidez da realização de determinado trabalho. Uma máquina será tanto mais eficiente quanto menor o tempo de realização do trabalho de sua força motora. A eficiência de uma máquina é medida pelo trabalho de sua força em relação ao tempo de realização, definindo a **potência**.

Num intervalo de tempo Δt , se o trabalho é \mathcal{Z} , a **potência média** Pot_m será:

$$Pot_m = \frac{\mathcal{Z}}{\Delta t} = \frac{\text{trabalho}}{\text{tempo}}$$

A **potência instantânea** Pot é definida para um intervalo de tempo Δt extremamente pequeno. Matematicamente corresponde ao limite da relação anterior:

$$Pot = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathcal{Z}}{\Delta t}$$

A seguir vamos estabelecer uma relação entre a potência e a velocidade, no caso particular em que a força \vec{F} é constante e paralela ao deslocamento. Nesse caso, o módulo do deslocamento d coincide com a variação do espaço Δs . Assim:

$$\mathcal{Z} = Fd \Rightarrow \mathcal{Z} = F\Delta s$$

Logo, a potência média será:

$$Pot_m = \frac{\mathcal{Z}}{\Delta t} \Rightarrow Pot_m = F \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow Pot_m = Fv_m$$

Nessa última igualdade, v_m é a velocidade média. Para $\Delta t \rightarrow 0$, obtemos a potência instantânea, igual à intensidade da força multiplicada pela velocidade instantânea: $Pot = Fv$. Então:

$$Pot_m = \frac{\text{trabalho}}{\text{tempo}} = \frac{\mathcal{Z}}{\Delta t} = Fv_m \Rightarrow Pot = Fv$$

(sendo \vec{F} constante e paralela ao deslocamento)

Unidades de potência

$$\text{unidade de potência} = \frac{\text{unidade de trabalho}}{\text{unidade de tempo}}$$

No Sistema Internacional de Unidades, temos:

$$\text{watt (W)} = \frac{\text{joule}}{\text{segundo}}$$

Múltiplos: quilowatt (kW), megawatt (MW) e gigawatt (GW)

Relações: $1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W}$; $1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$; $1 \text{ GW} = 10^9 \text{ W}$



▶ A potência está relacionada ao tempo que uma força demora para realizar um trabalho. Quanto menor o tempo de subida, mais potente será o elevador.

Unidades especiais:

cv (cavalo-vapor): $1 \text{ cv} = 735,5 \text{ watts}$

hp (horse-power): $1 \text{ hp} = 745,7 \text{ watts}$

Derivada da unidade de potência, há uma unidade de trabalho, o quilowatt-hora (kWh), muito usada na Eletricidade:

$$Pot_m = \frac{\mathcal{Z}}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{Z} = Pot_m \Delta t$$

Sendo $Pot_m = 1 \text{ kW}$ e $\Delta t = 1 \text{ h}$, vem: $\mathcal{Z} = 1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h} = 1 \text{ kWh}$

Como $1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W} = 10^3 \text{ J/s}$ e $1 \text{ h} = 3.600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ s}$, temos:

$$1 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h} = (10^3 \text{ J/s}) \cdot (3,6 \cdot 10^3 \text{ s}) \Rightarrow 1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

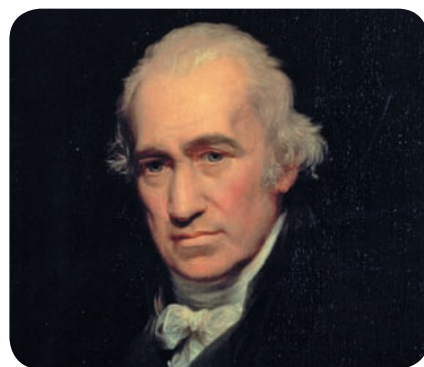
O cavalo-vapor

O termo cavalo-vapor deve-se ao engenheiro escocês **James Watt (1736-1819)**, responsável pelo aperfeiçoamento da máquina a vapor, cuja utilização durante o século XVIII contribuiu para uma das mais radicais transformações da história da humanidade, a Revolução Industrial.

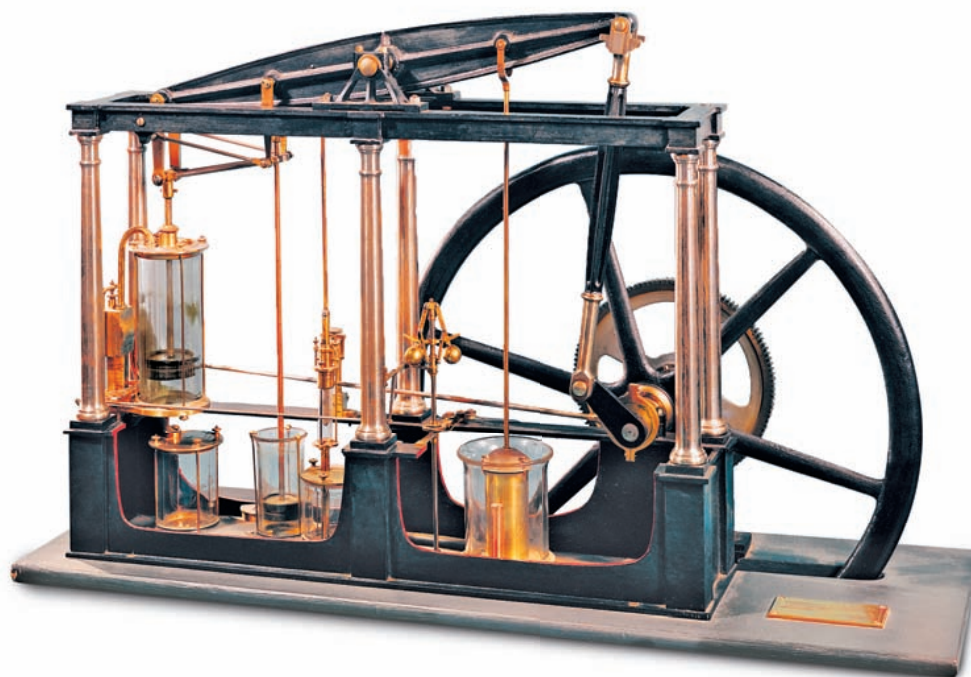
Para demonstrar a quantos cavalos correspondia a máquina por ele inventada, Watt observou que um cavalo bem forte podia erguer uma carga de 75 kgf (o que corresponde a 735,5 N) a um metro de altura, em um segundo:

$$Pot = \frac{\mathcal{Z}}{\Delta t} = \frac{Fd}{\Delta t} = \frac{735,5 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 735,5 \text{ W}$$

A essa potência de 735,5 W foi dado o nome de cavalo-vapor (cv).



▶ O escocês James Watt.



▶ A máquina a vapor de Watt tornou-se uma realidade durante a Revolução Industrial, devido à busca por uma fonte eficiente de energia para mover as pesadas máquinas já inventadas como, por exemplo, as máquinas têxteis.

Comparando potências

A Ferrari 599 GTB tem motor com potência de 620 cv, que equivale aproximadamente a 456 kW. Ela acelera de 0 a 100 km/h em 3,7 s, atingindo a velocidade máxima de 330 km/h.

O modelo R26 da Renault, com o qual o piloto espanhol Fernando Alonso conquistou o bicampeonato mundial de Fórmula 1, era dotado de um motor de 8 cilindros, com potência superior a 700 cv (515 kW). Para comparar, em julho de 2008, o modelo mais potente de carro nacional de passeio era o *Golf GTI*, com potência de 193 cv, equivalente aproximadamente a 141 kW.

O trem-bala francês TGV (*train à grande vitesse*, que significa trem de alta velocidade) é composto de oito vagões operando com doze motores, cada um de 530 kW.



O foguete espacial RD-107, que colocou o primeiro astronauta em órbita — o soviético Iúri Gagarin —, tinha potência máxima de lançamento de 20.000.000 cv, equivalente aproximadamente a 15 gigawatts.

A potência do motor elétrico de um liquidificador é da ordem de 300 W; a de uma bomba-d'água, que eleva a água até uma altura de 65 m, é de 340 W. A potência de um ventilador comum é de 30 W. A potência desenvolvida por um homem em atividades normais está em torno de $\frac{1}{7}$ de cavalo-vapor, ou seja, 105 W.

Compare a potência instalada de algumas usinas hidrelétricas:

Balbina (AM)	250 MW
Sobradinho (BA)	1.050 MW
Furnas (MG)	1.312 MW
Ilha Solteira (SP)	3.444 MW
Tucuruí I (PA)	4.250 MW
Itaipu binacional	14.000 MW



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

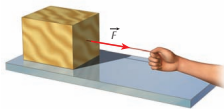
R. 118 Uma força \vec{F} , de intensidade 20 N, é aplicada a uma caixa, deslocando-a 3,0 m na direção e no sentido da força. O deslocamento ocorre em 4,0 s. Determine a potência média desenvolvida.

Solução:

Vamos inicialmente calcular o trabalho realizado pela força \vec{F} . De $\vec{z} = Fd$, sendo $F = 20$ N e $d = 3,0$ m, vem: $\vec{z} = 20 \cdot 3,0 \Rightarrow \vec{z} = 60$ J.

A potência média é dada por: $Pot_m = \frac{\vec{z}}{\Delta t}$

$$\text{Portanto: } Pot_m = \frac{60}{4,0} \Rightarrow \boxed{Pot_m = 15 \text{ W}}$$



R. 119 Um guindaste ergue, com velocidade constante, uma caixa de massa $5,0 \cdot 10^3$ kg do chão até uma altura de 5,0 m, em 10 s. Sendo $g = 10$ m/s², calcule a potência do motor do guindaste, nessa operação.

Solução:

Sendo a velocidade constante, concluímos que a força \vec{F} que o motor aplica na caixa tem mesma intensidade que o peso \vec{P} :

$$F = P = mg = 5,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \Rightarrow F = 5,0 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\text{De } Pot_m = \frac{\vec{z}}{\Delta t} \text{ vem: } Pot_m = \frac{Fd}{\Delta t}$$

Sendo $F = 5,0 \cdot 10^4$ N, $d = 5,0$ m e $\Delta t = 10$ s, resulta:

$$Pot_m = \frac{5,0 \cdot 10^4 \cdot 5,0}{10} \Rightarrow \boxed{Pot_m = 2,5 \cdot 10^4 \text{ W}}$$

Resposta: $2,5 \cdot 10^4$ W

R. 120 Constrói-se uma usina hidrelétrica aproveitando uma queda-d'água de altura $h = 10$ m e de vazão $Z = 1,0 \cdot 10^7$ m³/s. São dadas a densidade da água, $d = 1,0 \cdot 10^3$ kg/m³ e a aceleração da gravidade, $g = 10$ m/s². Qual a potência teórica dessa usina?

Solução:

A potência teórica, isto é, a que se obtém desprezando as eventuais perdas, é dada por $Pot = \frac{\vec{z}}{\Delta t}$, sendo \vec{z} o trabalho do peso da água em queda durante o intervalo de tempo Δt .

$$Pot = \frac{\vec{z}}{\Delta t} \Rightarrow Pot = \frac{mgh}{\Delta t}$$

Sendo $d = \frac{m}{V}$, vem $m = dV$. Portanto, $Pot = \frac{dVgh}{\Delta t}$.

Mas $\frac{V}{\Delta t}$ é a vazão Z . Logo: $Pot = dZgh$

$$Pot = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 1,0 \cdot 10^7 \cdot 10 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{Pot = 1,0 \cdot 10^8 \text{ W}} \text{ ou } \boxed{Pot = 10 \text{ MW}}$$

Resposta: $1,0 \cdot 10^8$ W ou 10 MW

R. 121 Um carro se desloca com velocidade escalar constante de 20 m/s numa estrada reta e horizontal. A resultante das forças que se opõem ao movimento tem intensidade $F_k = 1,0 \cdot 10^3$ N. Determine:

- a intensidade F_m da força que movimenta o carro;
- a potência desenvolvida pelo motor do carro.

Solução:

a) Como o movimento é retilíneo e uniforme, concluímos que a resultante de todas as forças é nula e portanto:

$$\boxed{F_m = F_k = 1,0 \cdot 10^3 \text{ N}}$$

b) A potência desenvolvida pelo motor é dada por:

$$Pot = F_m \cdot v \Rightarrow Pot = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 20 \Rightarrow Pot = 20 \cdot 10^3 \text{ W} \Rightarrow \boxed{Pot = 20 \text{ kW}}$$

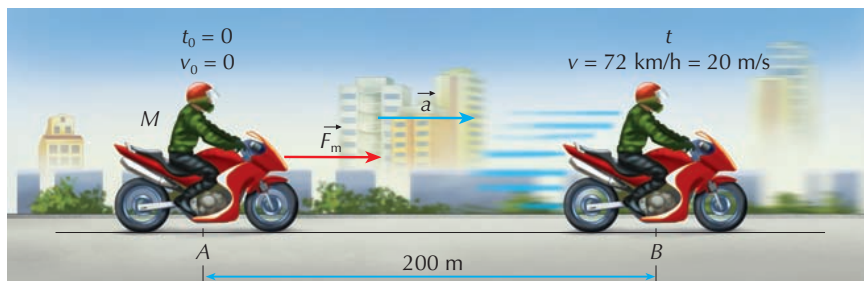
Respostas: a) $1,0 \cdot 10^3$ N; b) 20 kW

- R. 122** Uma motocicleta parte do repouso numa superfície horizontal. Considere a massa do sistema moto-piloto (M) igual a 200 kg, despreze qualquer resistência ao movimento e suponha que o motor exerça uma força constante e paralela à direção da velocidade. Após percorrer 200 m, a moto atinge 72 km/h. Determine:
- a potência média da força motora no percurso referido de 200 m;
 - a potência instantânea quando se atinge a velocidade de 72 km/h.

Solução:

a) O movimento é um MUV. Pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2 a \Delta s \Rightarrow 20^2 = 0 + 2 \cdot a \cdot 200 \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$



Pela equação fundamental da Dinâmica:

$$F_m = Ma = 200 \cdot 1 \Rightarrow F_m = 200 \text{ N}$$

O trabalho dessa força no deslocamento $d = 200 \text{ m}$ é dado por:

$$Z = F_m \cdot d \Rightarrow Z = 200 \cdot 200 \Rightarrow Z = 40.000 \text{ joules}$$

Como $v = v_0 + at$, vem: $20 = 1 \cdot t \Rightarrow t = 20 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 20 \text{ s}$

Substituindo em $Pot_m = \frac{Z}{\Delta t}$, obtemos a potência média:

$$Pot_m = \frac{40.000}{20} \Rightarrow \boxed{Pot_m = 2.000 \text{ W} = 2 \text{ kW}}$$

A potência média pode também ser calculada por $Pot_m = F_m \cdot v_m$, lembrando que, no MUV, a velocidade escalar média num intervalo de tempo é a média aritmética das velocidades escalares nos instantes que definem o intervalo.

Assim: $v_m = \frac{0 + 20}{2} \Rightarrow v_m = 10 \text{ m/s}$

Logo: $Pot_m = F_m \cdot v_m = 200 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{Pot_m = 2.000 \text{ W} = 2 \text{ kW}}$

b) A potência instantânea quando se atinge a velocidade de 72 km/h = 20 m/s é:

$$Pot = F_m v = 200 \cdot 20 \Rightarrow \boxed{Pot = 4.000 \text{ W} = 4 \text{ kW}}$$

Respostas: a) 2 kW; b) 4 kW

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 317 Um motor de potência 60 kW aciona um veículo durante 30 min. Determine o trabalho realizado pela força motora. Dê a resposta em joule (J) e em quilowatt-hora (kWh).

P. 318 Um rapaz de 60 kg sobe uma escada de 20 degraus em 10 s. Cada degrau possui 20 cm de altura. Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- o módulo do trabalho do peso do rapaz ao subir a escada;
- o módulo da potência média associada ao peso do rapaz quando sobe a escada.

P. 319 Um motor de potência 250 W é utilizado para erguer uma carga de peso $5,0 \cdot 10^2 \text{ N}$ a uma altura de 4,0 m, em movimento uniforme. Despreze as eventuais perdas.

- Qual é o trabalho da força aplicada pelo motor?
- Em quanto tempo a carga atinge a altura desejada?

P. 320 Uma criança de 30 kg desliza num escorregador de 2 m de altura e atinge o solo em 3 s. Calcule o trabalho do peso da criança e sua potência média nesse intervalo de tempo (use $g = 10 \text{ m/s}^2$).

P. 321 Numa usina hidrelétrica a vazão de água é de $40 \text{ m}^3/\text{s}$ e a potência teórica disponível é de $2,0 \cdot 10^6 \text{ W}$. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a densidade da água $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Determine a altura da queda-d'água.

P. 322 Partindo do repouso, sob a ação de uma força constante paralela à direção da velocidade, um corpo de 0,5 kg percorre 10 m e atinge 36 km/h. Nesse deslocamento:

- calcule o trabalho da força;
- calcule a potência média;
- determine a potência instantânea no instante em que a velocidade é 36 km/h.



Seção 14.5

Rendimento

Objetivos

- ▶ Compreender a ideia de rendimento comumente utilizada.
- ▶ Conceituar o rendimento de uma máquina, relacionando-o com as potências envolvidas.

Termos e conceitos

- potência total
- potência útil
- potência perdida

É comum o uso da expressão **rendimento** em nossa vida diária. Dizemos que um aluno que estuda muito mas aprende pouco tem baixo rendimento. E um motorista preocupa-se com o rendimento do seu carro, que roda uma quilometragem abaixo da desejável com um litro de combustível. Quem aplica seu dinheiro no mercado financeiro visa a obter um bom rendimento. E por aí fora... Em todos esses casos, o conceito de rendimento exprime a mesma ideia básica: o que se pode obter de **útil** (aprendizado, quilometragem, juros) a partir de um **total** que foi aplicado (estudo, combustível, dinheiro).

Em Física, a noção de rendimento está relacionada ao trabalho ou à potência.

Considere então uma máquina M (fig. 21). Admitamos que essa máquina, em operação, receba uma potência total Pot_t e utilize Pot_u (potência útil) inferior à total Pot_t , perdendo Pot_p (potência perdida) pelos mais variados motivos.

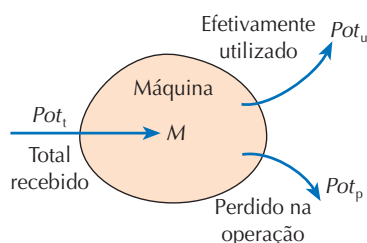


Figura 21.

O rendimento η (letra grega “eta”) é dado pela relação entre a potência útil (Pot_u) e a potência total recebida (Pot_t):

$$\eta = \frac{Pot_u}{Pot_t}$$

O rendimento é uma grandeza adimensional, pois é uma relação de grandezas medidas na mesma unidade. Comumente se multiplica o resultado obtido por 100, exprimindo-o em porcentagem.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 123 Uma máquina consome 5 hp em sua operação. Sabendo-se que 3 hp são perdidos por dissipação, qual o rendimento da máquina?

Solução:

A potência total recebida pela máquina é $Pot_t = 5$ hp e a potência perdida na operação é $Pot_p = 3$ hp, de modo que a potência efetivamente usada é $Pot_u = Pot_t - Pot_p = 5$ hp - 3 hp = 2 hp. O rendimento é:

$$\eta = \frac{Pot_u}{Pot_t} = \frac{2}{5} = 0,4 \Rightarrow \boxed{\eta = 40\%}$$

Resposta: 40%

R. 124 A água é retirada de um poço de 18 m de profundidade com o auxílio de um motor de 5 hp. Determine o rendimento do motor se 420.000 ℓ de água são retirados em 7 h de operação.

Adote: $1 \text{ hp} = \frac{3}{4} \text{ kW}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a densidade da água $d = 1 \text{ g/cm}^3 = 1 \text{ kg/ℓ}$

Solução:

A potência total do motor é 5 hp, mas a potência utilizada é $Pot_u = \frac{\mathcal{Z}}{\Delta t}$, onde \mathcal{Z} será o trabalho necessário para elevar a quantidade de água retirada em 7 h, dado por: $\mathcal{Z} = Ph = mgh = dVgh$

Do enunciado, temos:

$$\begin{cases} d = 1 \text{ kg/ℓ} \\ V = 420.000 \text{ ℓ} = 4,2 \cdot 10^5 \text{ ℓ} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ h = 18 \text{ m} \\ \Delta t = 7 \text{ h} = 7 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ s} \end{cases}$$

Na fórmula da potência, vem: $Pot_u = \frac{\mathcal{Z}}{\Delta t} = \frac{dVgh}{\Delta t} \Rightarrow Pot_u = \frac{1 \cdot 4,2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 18}{7 \cdot 3,6 \cdot 10^3} \Rightarrow Pot_u = 3 \cdot 10^3 \text{ watts} = 3 \text{ kW}$

Sendo $1 \text{ hp} = \frac{3}{4} \text{ kW}$, vem:

$$Pot_u = 3 \text{ kW} = 3 \cdot \frac{4}{3} \text{ hp} = 4 \text{ hp}$$

Daí: $\eta = \frac{Pot_u}{Pot_t} = \frac{4}{5} = 0,8 \Rightarrow \boxed{\eta = 80\%}$

Resposta: 80%

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 323 Um motor de 16 hp utiliza efetivamente em sua operação 12 hp. Qual é o seu rendimento?

P. 324 O rendimento de uma máquina é 70%. Se a potência total recebida é 10 cv, qual a potência efetivamente utilizada?

P. 325 Determine a potência em kW e hp de uma máquina que ergue um peso de 2.000 N a uma altura de 0,75 m em 5 s. O rendimento da máquina é 0,3.

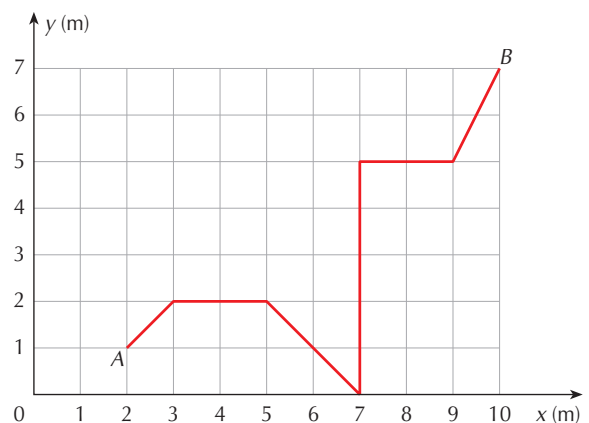
Adote $1 \text{ hp} = \frac{3}{4} \text{ kW}$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

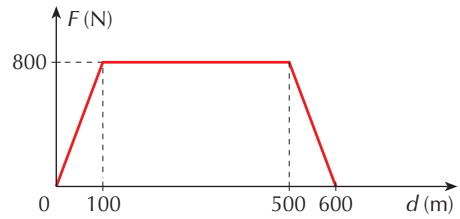
P. 326 Um móvel sai do repouso pela ação da força $F = 12 \text{ N}$ constante, que nele atua durante 4 s, em trajetória retilínea e horizontal, sem atrito, e o móvel desloca-se 20 m. Determine:

- a) a aceleração adquirida pelo móvel; c) o trabalho da força \vec{F} nos quatro primeiros segundos;
b) a massa do corpo; d) a velocidade do corpo após 4 s.

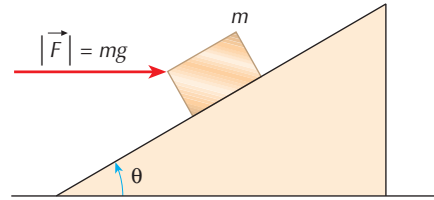
P. 327 (Olimpíada Brasileira de Física) A figura ao lado mostra a trajetória de um corpo no plano xy entre os pontos A e B. Sabendo que o corpo está sob a ação de diversas forças, determine o trabalho realizado por uma força $F = 5,0 \text{ N}$, paralela ao eixo x.



- P. 328** Um carro de massa 500 kg move-se sem resistências dissipadas em trajetória retilínea. O gráfico da força motora, na própria direção do movimento, é representado na figura. Determine:
- o trabalho da força motora no percurso de 0 a 600 m;
 - a aceleração do carro quando passa pelo ponto a 400 m da origem.



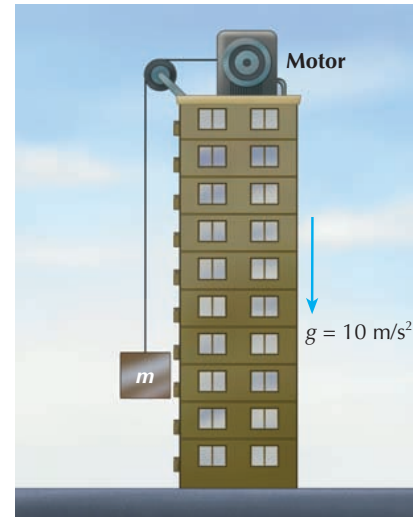
- P. 329** (UFRJ) Um plano está inclinado, em relação à horizontal, de um ângulo θ cujo seno é igual a 0,6 (o ângulo é menor do que 45°). Um bloco de massa m sobe nesse plano inclinado sob a ação de uma força horizontal \vec{F} , de módulo exatamente igual ao módulo de seu peso, como indica a figura.
- Supondo que não haja atrito entre o bloco e o plano inclinado, calcule o módulo da aceleração do bloco. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.
 - Calcule a razão entre o trabalho W_F da força \vec{F} e o trabalho W_p do peso do bloco, ambos em um deslocamento no qual o bloco percorre uma distância d ao longo da rampa.



- P. 330** (Fuvest-SP) A propaganda de um automóvel apregoa que ele consegue atingir a velocidade de 108 km/h em um percurso horizontal de apenas 150 m, partindo do repouso.
- Supondo o movimento uniformemente acelerado, calcule a aceleração do carro.
 - Sendo 1.200 kg a massa do carro, determine a potência média que ele desenvolve.

- P. 331** (Fuvest-SP) Um elevador de carga, com massa $m = 5.000 \text{ kg}$, é suspenso por um cabo na parte externa de um edifício em construção. Nas condições das questões abaixo, considere que o motor fornece a potência $Pot = 150 \text{ kW}$.
- Determine a força F_1 , em N, que o cabo exerce sobre o elevador, quando ele é puxado com velocidade constante.
 - Determine a força F_2 , em N, que o cabo exerce sobre o elevador, no instante em que ele está subindo com uma aceleração para cima de módulo $a = 5 \text{ m/s}^2$.
 - Levando em conta a potência Pot do motor, determine a velocidade v_2 , em m/s, com que o elevador estará subindo, nas condições do item b ($a = 5 \text{ m/s}^2$).
 - Determine a velocidade máxima v_1 , em m/s, com que o elevador pode subir quando puxado pelo motor.

Note e adote:
A potência Pot , desenvolvida por uma força F , é igual ao produto da força pela velocidade v do corpo em que atua, quando v tem a direção e o sentido da força.



- P. 332** Determine a potência desenvolvida pelo motor de um veículo com massa de 1 tonelada se este se move à velocidade constante de 36 km/h num plano horizontal. As resistências do movimento são supostas constantes e iguais a 60% do peso em movimento (use $g = 10 \text{ m/s}^2$).
- P. 333** Uma bomba hidráulica deve tirar água de um poço à razão de 7,5 ℓ/s . O poço possui 10 m de profundidade e o rendimento da bomba é 80%. Determine a potência da bomba. (Dados: densidade da água = 1 kg/ℓ ; $g = 10 \text{ m/s}^2$; 1 hp $\approx 0,75 \text{ kW}$.)

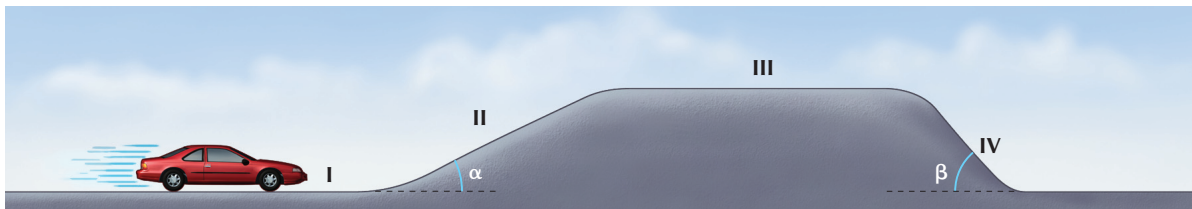
- P. 334** (ITA-SP) Uma escada rolante transporta passageiros do andar térreo A ao andar superior B, com velocidade constante. A escada tem comprimento total igual a 15 m, degraus em número de 75 e inclinação igual a 30° . (Dados: $\text{sen } 30^\circ = 0,5$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.) Determine:
- o trabalho da força motora necessária para elevar um passageiro de 80 kg de A até B;
 - a potência correspondente ao item anterior, empregada pelo motor que aciona o mecanismo, efetuando o transporte em 30 s;
 - o rendimento do motor, sabendo-se que sua potência total é 400 watts.

- P. 335** A força necessária para mover um barco a velocidade constante é proporcional à velocidade. Utilizam-se 20 hp para movê-lo à velocidade de 10 m/s. Qual é a potência requerida para se rebocar o barco à velocidade de 30 m/s?

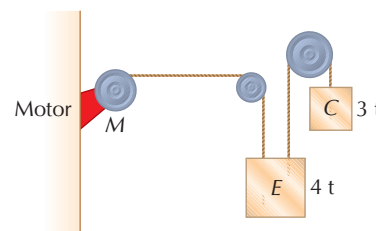


P. 336 (Fuvest-SP) Um automóvel com massa de 1.000 kg percorre, com velocidade constante $v = 20$ m/s (ou 72 km/h), uma estrada (ver figura) com dois trechos horizontais (I e III), um trecho em subida (II) e um em descida (IV). Nos trechos horizontais o motor do automóvel desenvolve uma potência de 30 kW para vencer a resistência do ar, que pode ser considerada constante ao longo de todo o trajeto percorrido. Suponha que não há outras perdas por atrito. Use $g = 10$ m/s². São dados: $\sin \alpha = 0,10$ e $\sin \beta = 0,15$. Determine:

- o valor, em newtons, da componente paralela a cada trecho da estrada das forças F_I , F_{II} e F_{IV} , aplicadas pela estrada ao automóvel nos trechos I, II e IV, respectivamente;
- o valor, em kW, da potência P_{II} que o motor desenvolve no trecho II.



P. 337 O elevador E da figura possui 4 toneladas, incluindo sua carga. Ele está ligado a um contrapeso C de 3 toneladas e é acionado por um motor elétrico M de 80% de rendimento. Determine a potência requerida pelo motor quando o elevador se move para cima com velocidade constante de 2,0 m/s. Adote $g = 10$ m/s².

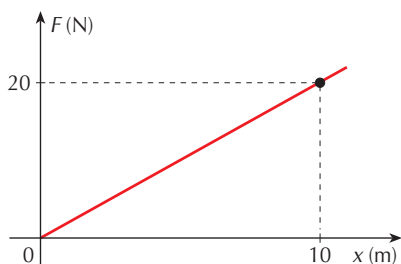


TESTES PROPOSTOS

T. 269 (Acafe-SC) Uma estudante do primeiro ano do Ensino Médio, fazendo seus trabalhos sobre a matéria "Trabalho e Energia", apresentou dificuldade em responder a seguinte pergunta: Em que condições uma força realiza um trabalho negativo? Denominando-se \vec{F} o vetor força aplicada, \vec{d} o vetor deslocamento efetuado e θ o menor ângulo entre \vec{F} e \vec{d} , a resposta **correta** para a pergunta é:

- sempre que $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$.
- sempre que F for negativo.
- sempre que d for negativo.
- somente quando F for negativo e d for positivo.
- sempre que $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$.

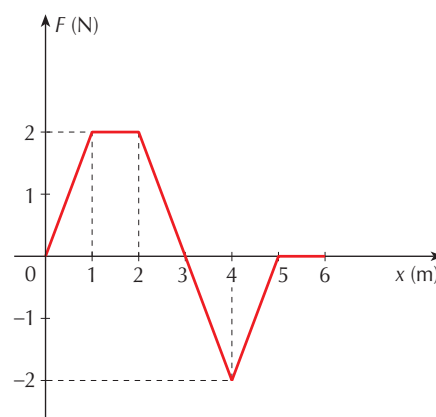
T. 270 (UFPE) O gráfico da figura mostra a variação da intensidade da força \vec{F} que atua sobre um corpo, paralelamente à sua trajetória, em função de seu espaço (x).



Qual é o trabalho, em joules, realizado pela força quando o corpo vai de $x = 2$ m para $x = 6$ m?

- 4
- 6
- 10
- 32
- 64

T. 271 (UFSCar-SP) Um bloco de 10 kg movimentar-se em linha reta sobre uma mesa lisa em posição horizontal, sob a ação de uma força variável que atua na mesma direção do movimento, conforme o gráfico abaixo.



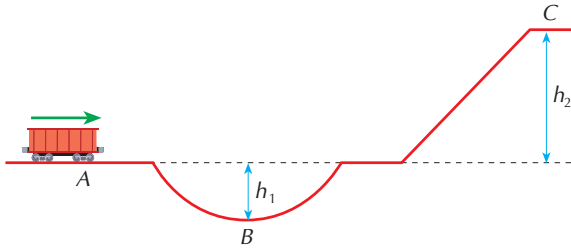
O trabalho realizado pela força quando o bloco se desloca da origem até o ponto $x = 6$ m é:

- 1 J
- 6 J
- 4 J
- zero
- 2 J

T. 272 (Unisa-SP) Um bloco com 4,0 kg, inicialmente em repouso, é puxado por uma força constante e horizontal, ao longo de uma distância de 15,0 m, sobre uma superfície plana, lisa e horizontal, durante 2,0 s. O trabalho realizado, em joules, é de:

- 50
- 150
- 250
- 350
- 450

T. 273 (Uerj) Um pequeno vagão, deslocando-se sobre trilhos, realiza o percurso entre os pontos A e C, segundo a forma representada na figura abaixo, onde h_1 e h_2 são os desníveis do trajeto.



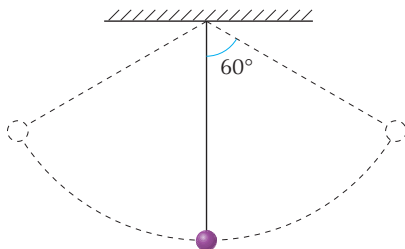
Os trabalhos realizados entre os pontos A e C, pelo peso \vec{P} do carrinho e pela reação normal \vec{F}_N exercida pelos trilhos sobre o vagão, correspondem, respectivamente, a:

- a) $-|\vec{P}| \cdot (h_1 + h_2)$ e $|\vec{F}_N| \cdot (h_1 + h_2)$
- b) $-|\vec{P}| \cdot (h_1 + h_2)$ e 0
- c) $-|\vec{P}| \cdot h_2$ e $|\vec{F}_N| \cdot h_2$
- d) $-|\vec{P}| \cdot h_2$ e 0
- e) $-|\vec{P}| \cdot h_1$ e $|\vec{F}_N| \cdot h_2$

T. 274 (UFPB) Um avião decola e segue, inicialmente, uma trajetória de ascensão retilínea por 3 km, formando um ângulo de 30° com a horizontal. Se a força peso realizou um trabalho de $-1,5 \times 10^8$ J, a massa do avião, em toneladas, vale:

- a) 10
- b) 5
- c) 4,5
- d) 1,5
- e) 1,0

T. 275 (UEL-PR) Um pêndulo é constituído de uma esfera de massa 2,0 kg, presa a um fio de massa desprezível e comprimento 2,0 m, que pende do teto conforme figura abaixo. O pêndulo oscila formando um ângulo máximo de 60° com a vertical.



Nessas condições, o trabalho realizado pela força de tração que o fio exerce sobre a esfera, entre a posição mais baixa e a mais alta, em joules, vale:

- a) 20
- b) 10
- c) zero
- d) -10
- e) -20

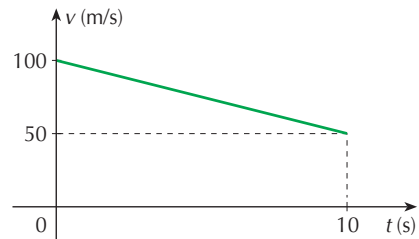
T. 276 (Vunesp) O elevador de um prédio em construção é capaz de erguer uma carga de 1.200 N a uma altura de 20 m, em 12 s. Nessas condições, a potência média útil desenvolvida por esse elevador, em watts, é de:

- a) 1.000
- b) 1.500
- c) 2.000
- d) 3.000
- e) 5.000

T. 277 (Fuvest-SP) Uma esteira rolante transporta 15 caixas de bebida por minuto, de um depósito no subsolo até o andar térreo. A esteira tem comprimento de 12 m, inclinação de 30° com a horizontal e move-se com velocidade constante. As caixas a serem transportadas já são colocadas com a velocidade da esteira. Se cada caixa pesa 200 N, o motor que aciona esse mecanismo deve fornecer a potência de:

- a) 20 W
- b) 40 W
- c) 300 W
- d) 600 W
- e) 1.800 W

T. 278 (FEI-SP) Um corpo de massa $m = 2$ kg desloca-se ao longo de uma trajetória retilínea. Sua velocidade varia com o tempo segundo o gráfico dado.



A potência média desenvolvida entre 0 e 10 s e a potência instantânea em $t = 10$ s valem, respectivamente, em valor absoluto:

- a) 750 W e 500 W
- b) 750 W e 750 W
- c) 500 W e 750 W
- d) 100 W e 50 W
- e) 50 W e 100 W

T. 279 (UFMS-RS) Suponha que um caminhão de massa $1,0 \cdot 10^4$ kg suba, com velocidade constante de 9 km/h, uma estrada com 30° de inclinação com a horizontal. Que potência seria necessária ao motor do caminhão? Adote $g = 10$ m/s².

- a) $9,0 \cdot 10^5$ W
- b) $2,5 \cdot 10^5$ W
- c) $1,25 \cdot 10^5$ W
- d) $4,0 \cdot 10^4$ W
- e) $1,1 \cdot 10^4$ W

T. 280 (ITA-SP) Uma queda-d'água escoa 120 m³ de água por minuto e tem 10,0 m de altura. A massa específica da água é 1,00 g/cm³ e a aceleração da gravidade é 9,81 m/s². A potência mecânica da queda-d'água é:

- a) 2,00 W
- b) $235 \cdot 10^5$ W
- c) 196 kW
- d) $3,13 \cdot 10^3$ N
- e) $1,96 \cdot 10^2$ W



Energia, as suas formas e a sua conservação

A energia, nas suas diversas formas, é fundamental para a vida no planeta, e o princípio da conservação da energia é um dos princípios básicos da Física.

Existem muitas formas de energia, como, por exemplo, a sonora, a luminosa, a mecânica, a térmica etc.

▶ 15.1 Introdução. Energia cinética

Energia cinética é a forma de energia associada ao estado de movimento de um corpo.

▶ 15.2 Energia potencial

Energia potencial é a forma de energia associada à posição que um corpo ocupa em relação à Terra (energia potencial gravitacional) ou associada à deformação de um sistema elástico (energia potencial elástica).

▶ 15.3 Conservação da energia mecânica

A energia pode transformar-se de cinética em potencial ou vice-versa, nos processos mecânicos.

▶ 15.4 Diagramas de energia

A análise da variação das energias cinética, potencial e mecânica, em função da posição ou do tempo, pode ser feita por meio de gráficos.

▶ 15.5 Outras formas de energia

A energia se manifesta de várias formas, podendo haver transformações de uma forma em outras.



No salto com vara, o atleta usa a energia associada à deformação da vara e a transforma em energia potencial gravitacional e em energia cinética suficiente para conseguir transpor o sarrafo.



Enquanto o jogador se desloca no ar para "enterrar" a bola, uma parte de sua energia mecânica está na forma de energia cinética e a outra, em forma de energia potencial gravitacional.

Seção 15.1

Objetivos

- ▶ Compreender que a ideia de energia está associada ao nosso cotidiano.
- ▶ Conceituar energia cinética.
- ▶ Enunciar o teorema da energia cinética.

Termos e conceitos

- energia do Sol
- energia do petróleo
- novas fontes de energia

Introdução. Energia cinética

No mundo atual, muito se fala em energia. Sabe-se que ela é essencial à vida. O papel do Sol, do petróleo e de outros combustíveis é de vital importância para que se consiga a energia que nos mantém vivos e que faz nossas máquinas e mecanismos funcionarem. Novas fontes de energia estão sendo constantemente investigadas, para substituir outras já quase esgotadas.

Mas, afinal, o que é energia?

Na verdade, é um conceito difícil de ser definido. Apesar disso, a ideia está tão arraigada em nosso cotidiano que praticamente a aceitamos sem definição. Assim, as considerações a seguir não trazem em si o objetivo de definir energia, mas sim de relacioná-la com outros conceitos físicos já estudados. Veremos que muito frequentemente a energia está associada ao movimento (energia cinética). No entanto, mesmo estando em repouso, um corpo pode possuir energia apenas em função da posição que ocupa (energia potencial). Outra relação importante a ser apresentada é a que existe entre energia e trabalho.

Energia cinética

Considere, atuando num corpo, as forças $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ (fig. 1A), cuja resultante \vec{F}_R é constante em intensidade, direção e sentido (fig. 1B).

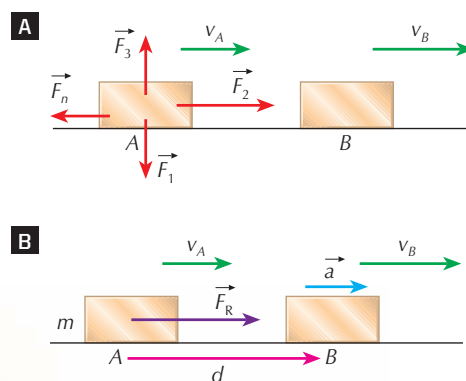


Figura 1. Pelo efeito das forças de resultante \vec{F}_R o corpo passa da posição A para a posição B.

Essa resultante garante um movimento uniformemente variado tal que: $v_B^2 = v_A^2 + 2ad$

Da equação acima, obtemos a aceleração:

$$a = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2d}$$

Pela equação fundamental da Dinâmica, vem:

$$F_R = ma = m \cdot \left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{2d} \right)$$

Multiplicando os dois membros por d , e reorganizando o segundo membro, temos:

$$F_R d = m \cdot \left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{2} \right) = m \cdot \left(\frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} \right) \Rightarrow F_R d = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$$

Nessa última igualdade, $F_R d$ é o trabalho \mathcal{Z}_R da força resultante \vec{F}_R entre os pontos A e B ; as parcelas $\frac{mv^2}{2}$, presentes no segundo membro, representam uma grandeza escalar chamada **energia cinética** (energia associada ao estado de movimento do corpo de massa m e velocidade v):

$$\mathcal{Z}_R = F_R d = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} \text{ onde } \begin{cases} \frac{mv_A^2}{2} = E_{c_A} \text{ (energia cinética em A)} \\ \frac{mv_B^2}{2} = E_{c_B} \text{ (energia cinética em B)} \end{cases}$$

$$\mathcal{Z}_R = E_{c_B} - E_{c_A} = \Delta E_{c_{A \rightarrow B}}$$

A variação da energia cinética de um corpo entre dois instantes é medida pelo trabalho da resultante das forças entre os instantes considerados.

Esse enunciado é conhecido por **teorema da energia cinética**, de validade geral para qualquer tipo de movimento.

O teorema da energia cinética:

- introduz um novo conceito: o de energia cinética ($E_c = \frac{mv^2}{2}$);
- estabelece um critério de medida dessa energia: **a sua variação será medida pelo trabalho da resultante das forças** ($\Delta E_c = E_{c_B} - E_{c_A} = \mathcal{Z}_R$).

A energia cinética aumenta quando o trabalho da resultante é motor (**fig. 2A**), isto é, a força resultante é favorável ao deslocamento, aumentando a velocidade.

A energia cinética diminui quando o trabalho da resultante é resistente (**fig. 2B**), isto é, a força resultante é oposta ao deslocamento, diminuindo a velocidade.

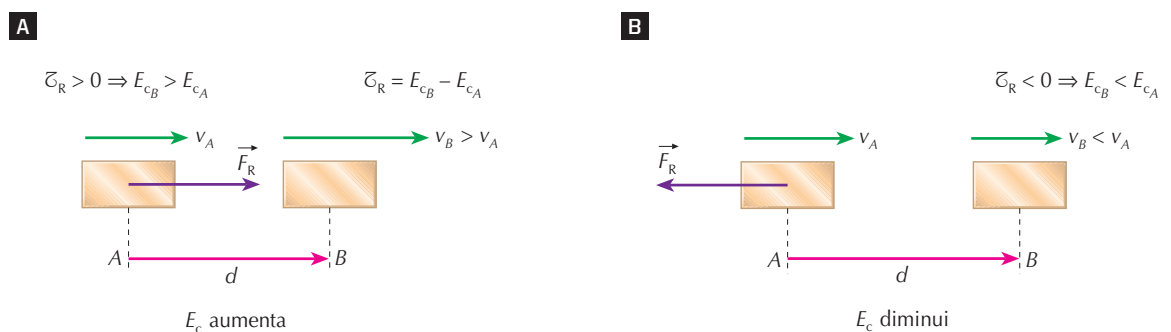


Figura 2. A energia cinética aumenta ou diminui conforme a resultante seja favorável ou contrária ao deslocamento.

Pelo teorema da energia cinética, concluímos que a energia tem a mesma unidade do trabalho. No Sistema Internacional de Unidades (SI), essa unidade é o joule (J).

Observação

No enunciado do teorema da energia cinética, o corpo considerado é um ponto material. No caso do corpo extenso, além do trabalho das forças externas, devemos levar em conta também o trabalho das forças internas. Por exemplo, na situação de uma pessoa subindo uma escada, além do trabalho do peso (força externa), devemos considerar o trabalho da força muscular da pessoa (força interna).



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- R. 125** Um corpo de 10 kg parte do repouso sob a ação de uma força constante paralela à trajetória e 5 s depois atinge a velocidade de 15 m/s. Determine sua energia cinética no instante 5 s e o trabalho da força, suposta única, que atua no corpo no intervalo de 0 s a 5 s.

Solução:

A energia cinética no instante $t = 5$ s é:

$$E_{c_B} = \frac{mv_B^2}{2} = \frac{10 \cdot 15^2}{2} \Rightarrow E_{c_B} = 1.125 \text{ J}$$

Pelo teorema da energia cinética:

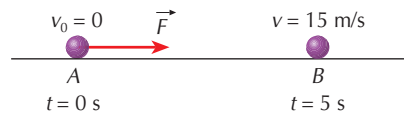
$$\mathcal{Z}_R = E_{c_B} - E_{c_A} = 1.125 - 0 \text{ (note que } E_{c_A} = 0, \text{ pois } v_0 = 0)$$

Portanto: $\mathcal{Z}_R = E_{c_B} = 1.125 \text{ J}$

Resposta: $E_{c_B} = 1.125 \text{ J}$; $\mathcal{Z}_R = 1.125 \text{ J}$

Observação:

O trabalho de \vec{F} é motor (a energia cinética do corpo aumenta).



- R. 126** Um projétil de 10 g atinge perpendicularmente uma parede com velocidade igual a 600 m/s e ali penetra 20 cm, na direção do movimento. Determine a intensidade da força de resistência oposta pela parede à penetração, supondo essa força constante.

Solução:

O projétil, ao chocar-se com a parede, possui energia cinética. Depois de penetrar $d = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$, sua energia cinética torna-se nula (o projétil para). Pelo teorema da energia cinética, o trabalho da força de resistência é dado por:

$$\mathcal{Z}_R = E_{c_B} - E_{c_A} = -E_{c_A}, \text{ pois } E_{c_B} = 0$$

Da definição de trabalho resulta: $\mathcal{Z}_R = -Fd$

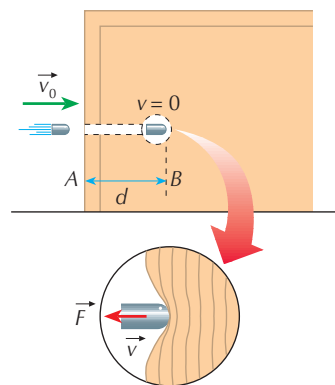
Comparando-se as duas expressões de \mathcal{Z}_R , vem:

$$-Fd = -E_{c_A} \Rightarrow Fd = E_{c_A} \Rightarrow Fd = \frac{mv_A^2}{2}$$

A massa do projétil ($m = 10 \text{ g} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$) e a velocidade de impacto ($v_A = 600 \text{ m/s}$) são dadas no enunciado. Substituindo esses valores, obtemos:

$$F \cdot 0,20 = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 600^2}{2} \Rightarrow F = 9.000 \text{ N}$$

Resposta: 9.000 N



- R. 127** Um pequeno bloco de massa 2,0 kg encontra-se inicialmente em repouso num ponto O. A força resultante \vec{F} que passa a agir no bloco o faz mover-se ao longo de um eixo Ox. A intensidade da força \vec{F} varia de acordo com o gráfico. Determine a velocidade do bloco após deslocar-se 4,0 m.

Solução:

A área do trapézio destacado na figura é numericamente igual ao trabalho realizado pela força resultante \vec{F} no deslocamento de 0 a 4,0 m:

$$\mathcal{Z}_R \stackrel{N}{=} A_{\text{trapézio}} = \frac{4,0 + 2,0}{2} \cdot 12$$

$$\mathcal{Z}_R = 36 \text{ J}$$

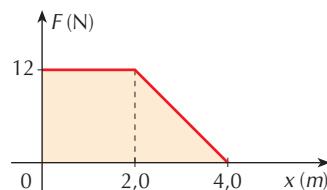
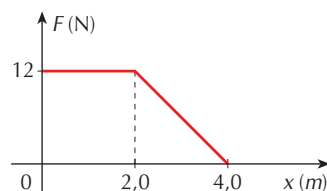
Pelo teorema da energia cinética, vem:

$$\mathcal{Z}_R = E_{c_B} - E_{c_A} \Rightarrow \mathcal{Z}_R = E_{c_B} \text{ (note que } E_{c_A} = 0, \text{ pois o bloco parte do repouso)}$$

Assim, obtemos:

$$\mathcal{Z}_R = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 36 = \frac{2,0 \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = 6,0 \text{ m/s}$$

Resposta: 6,0 m/s



R. 128 Para levantar um corpo de massa 2 kg a uma altura de 2 m, um operador aplicou uma força \vec{F} , que realizou um trabalho de 56 J. Se inicialmente o corpo estava em repouso, qual foi a sua velocidade ao atingir aquela altura? Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar.

Solução:

As forças que agem no corpo são: o peso \vec{P} e a força \vec{F} do operador. Pelo teorema da energia cinética, temos:

$$\mathcal{Z}_R = E_{cB} - E_{cA}$$

Mas o trabalho da resultante das forças é a soma algébrica do trabalho das forças componentes:

$$\mathcal{Z}_R = \mathcal{Z}_P + \mathcal{Z}_F$$

Igualando as duas expressões de \mathcal{Z}_R , vem:

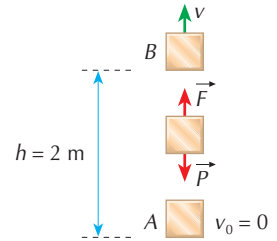
$$\mathcal{Z}_P + \mathcal{Z}_F = E_{cB} - E_{cA}$$

Como o corpo sobe, o trabalho do peso é negativo: $\mathcal{Z}_P = -Ph = -mgh$. Logo:

$$-mgh + \mathcal{Z}_F = E_{cB} - E_{cA} \Rightarrow -mgh + \mathcal{Z}_F = \frac{mv^2}{2} \quad (E_{cA} = 0, \text{ pois } v_0 = 0)$$

Sendo $m = 2 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $h = 2 \text{ m}$ e $\mathcal{Z}_F = 56 \text{ J}$, obtemos: $-2 \cdot 10 \cdot 2 + 56 = \frac{2v^2}{2} \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$

Resposta: 4 m/s



Entre na rede No endereço eletrônico <http://www.ngsir.netfirms.com/englishhtm/Work.htm> (acesso em junho/2009), você pode simular o movimento de um bloco ao longo de um plano horizontal ou inclinado, calculando o trabalho das forças que agem no bloco e a variação de sua energia cinética.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 338 Um corpo de 10 kg parte do repouso, sob a ação de uma força constante, em trajetória horizontal, e após 16 s atinge 144 km/h. Qual é o trabalho dessa força nesse intervalo de tempo?

P. 339 Calcule a força necessária para fazer parar um trem de 60 toneladas a 45 km/h numa distância de 500 m.

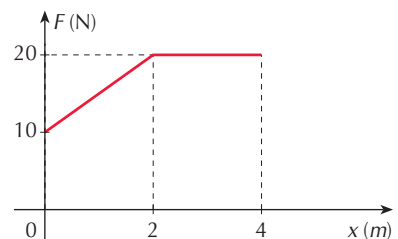
P. 340 (Vunesp) Um projétil de 20 gramas, com velocidade de 240 m/s, atinge o tronco de uma árvore e nele penetra uma certa distância até parar.

a) Determine a energia cinética E_c do projétil antes de colidir com o tronco e o trabalho \mathcal{Z} realizado sobre o projétil na sua trajetória no interior do tronco, até parar.

b) Sabendo que o projétil penetrou 18 cm no tronco da árvore, determine o valor médio F_m da força de resistência que o tronco ofereceu à penetração do projétil.

(O valor médio F_m é a intensidade de uma força constante que realiza o mesmo trabalho da força variável, como é o caso da força de resistência do tronco.)

P. 341 O gráfico representa a variação da intensidade da força resultante \vec{F} que atua num pequeno bloco de massa 2 kg em função do deslocamento x . Sabe-se que a força \vec{F} tem a mesma direção e sentido do deslocamento. Em $x = 0$ a velocidade do bloco é 5 m/s. Determine a energia cinética do bloco quando $x = 4 \text{ m}$.



P. 342 Um homem ergue um corpo que se encontrava em repouso no solo até uma altura de 2 m. O corpo chegou com velocidade nula. A força que o homem aplica no corpo realiza um trabalho de 12 J. Determine:

- a) o trabalho realizado pelo peso do corpo;
- b) a intensidade do peso do corpo.



Energia potencial

Objetivos

- ▶ Definir energia potencial gravitacional e energia potencial elástica.
- ▶ Relacionar a energia potencial gravitacional ao trabalho da força peso.
- ▶ Relacionar a energia potencial elástica ao trabalho da força elástica.

Termos e conceitos

- energia potencial
- energia potencial gravitacional
- energia potencial elástica

No capítulo anterior calculamos o trabalho do peso (seção 14.3, item 1) e o trabalho da força elástica (seção 14.3, item 2):

Trabalho do peso: $\mathcal{Z} = \pm Ph$ (h : desnível entre os pontos considerados)

Trabalho da força elástica: $\mathcal{Z} = \pm \frac{kx^2}{2}$ onde $\left\{ \begin{array}{l} k: \text{constante elástica da mola} \\ x: \text{deformação da mola} \end{array} \right.$

Esses trabalhos independem da forma da trajetória e conduzem ao conceito de uma nova forma de energia.

1 Energia potencial gravitacional

Considere em primeiro lugar o peso. Apliquemos ao corpo da **figura 3A** uma força contrária ao peso, erguendo-o até a posição **B**, à altura h (**fig. 3B**). Se abandonarmos o corpo nessa posição, espontaneamente ele cai (**fig. 3C**) e seu peso realiza trabalho, que, pelo teorema da energia cinética de **B** a **A** (**fig. 3D**), é:

$$\mathcal{Z}_{BA} = E_{c_A} - E_{c_B} = E_{c_A} - 0 \text{ (observe que } E_{c_B} = 0, \text{ pois } v_B = 0)$$

$$\text{Então: } \mathcal{Z}_{BA} = Ph = \frac{mv_A^2}{2} = E_{c_A}$$

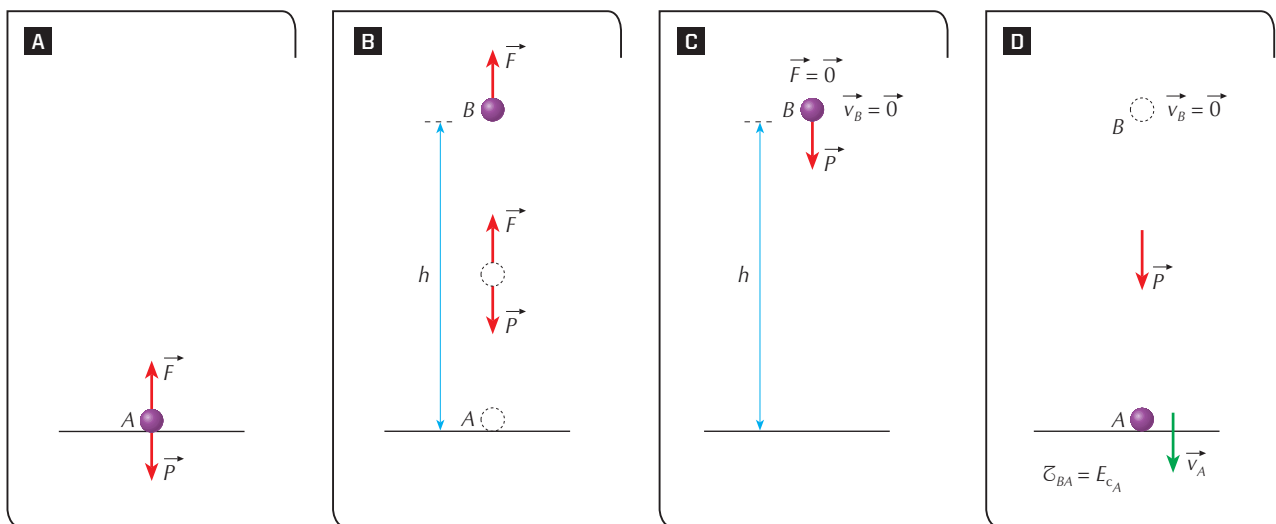


Figura 3.

Na posição **B**, o corpo não possui energia de movimento ($v_B = 0$), mas sabemos que possui a qualidade em potencial de vir a ter energia cinética, pois, caindo, seu peso realizará trabalho, que será sua energia cinética. Desse modo, na posição **B**, o corpo tem uma energia associada à sua posição (em relação à Terra) ainda não transformada na forma útil (energia cinética). Essa energia, que será transformada em energia cinética à medida que o corpo cai e o peso realiza trabalho, é denominada **energia potencial gravitacional** ($E_{p_{grav}}$).



A energia potencial gravitacional $E_{p_{\text{grav.}}}$ na posição B em relação a um nível de referência em A é igual ao trabalho que o peso realiza no deslocamento de B para A :

$$E_{p_{\text{grav.}}} = Ph \quad \text{ou} \quad E_{p_{\text{grav.}}} = mgh$$

2 Energia potencial elástica

Vamos considerar agora o sistema elástico constituído pela mola de massa desprezível e de constante elástica k e pela esfera de massa m (fig. 4).

Apliquemos à esfera uma força \vec{F} (fig. 4A) que provoca uma deformação da mola $x = AB$ (fig. 4B). Abandonando-a nessa posição B , espontaneamente ela retorna (fig. 4C) e a força elástica realiza trabalho, que pelo teorema da energia cinética de B para A (fig. 4D) é:

$$\mathcal{Z}_{BA} = E_{c_A} - E_{c_B} = E_{c_A} - 0 \quad (E_{c_B} = 0, \text{ pois } v_B = 0)$$

$$\text{Então: } \mathcal{Z}_{BA} = \frac{kx^2}{2} = \frac{mv_A^2}{2} = E_{c_A}$$

Na posição B a esfera não possui energia de movimento ($v_B = 0$), mas sim a qualidade em potencial de vir a ter energia cinética, pois, ao ser abandonada, a força elástica realizará trabalho.

Desse modo, concluímos que na posição B a mola tem energia associada à sua deformação. Essa energia, que será transformada em energia cinética da esfera quando esta retornar e a força elástica realizar trabalho, é denominada **energia potencial elástica** ($E_{p_{\text{elást.}}}$).

A energia potencial elástica $E_{p_{\text{elást.}}}$ da mola em B em relação a um nível de referência em A (mola não deformada) é igual ao trabalho que a força elástica realiza no deslocamento de B para A :

$$E_{p_{\text{elást.}}} = \frac{kx^2}{2}$$

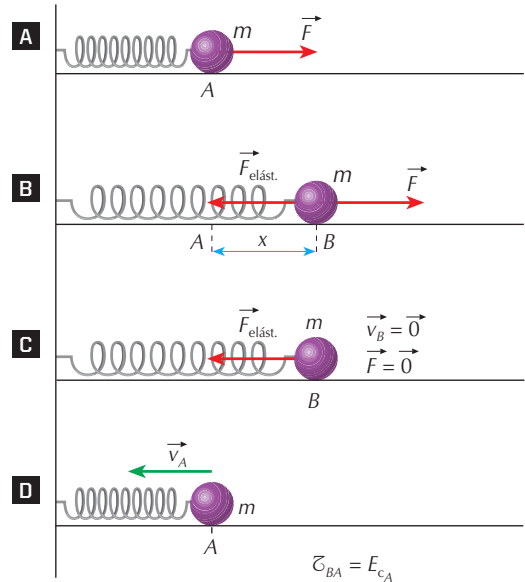
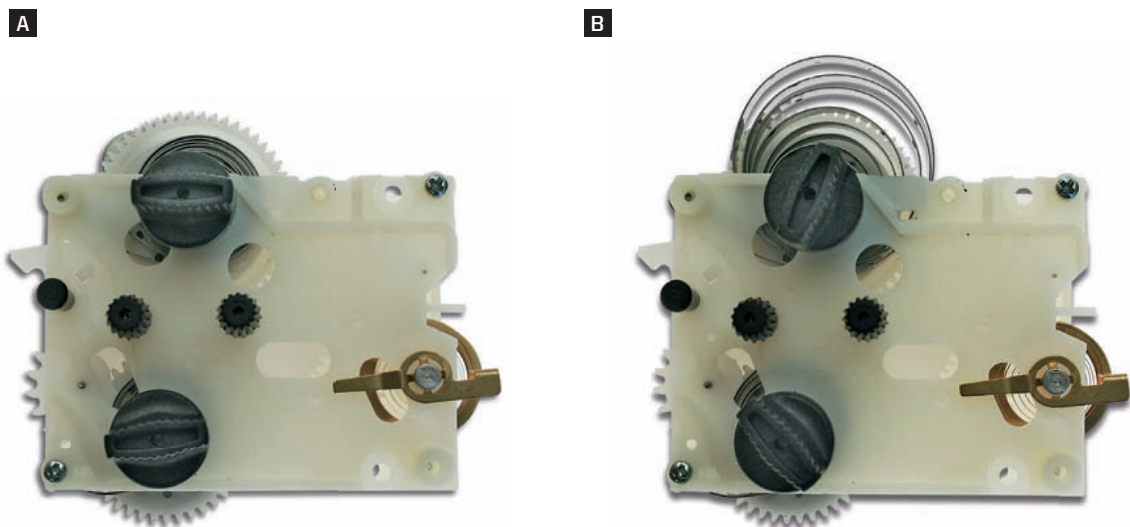


Figura 4.



Num relógio “com a corda dada” (A), a mola possui energia potencial elástica, que vai se transformando em energia cinética e movimentando o mecanismo, até o relógio ficar “sem corda” (B).



Energias potenciais em Mecânica

Em Mecânica consideramos duas energias potenciais: a associada ao trabalho do peso, chamada energia potencial gravitacional; e a associada ao trabalho da força elástica, chamada energia potencial elástica.

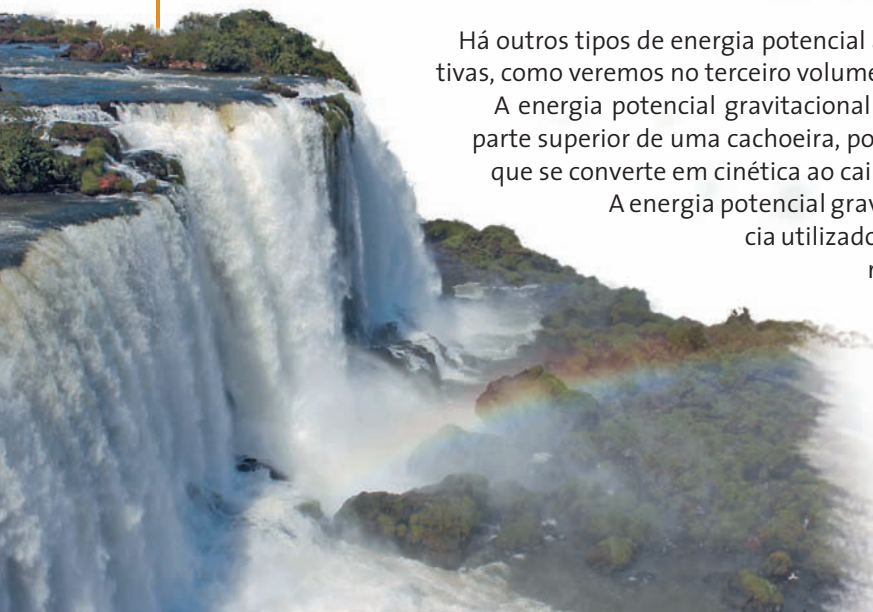
$$E_{p_{\text{grav.}}} = Ph \quad \text{e} \quad E_{p_{\text{elást.}}} = \frac{Kx^2}{2}$$

Há outros tipos de energia potencial associados a trabalhos de outras forças conservativas, como veremos no terceiro volume.

A energia potencial gravitacional é uma forma importante de energia: a água na parte superior de uma cachoeira, por exemplo, possui energia potencial gravitacional que se converte em cinética ao cair.

A energia potencial gravitacional depende do nível horizontal de referência utilizado para a medida da altura h em $E_{p_{\text{grav.}}} = Ph$. O nível de referência a ser adotado é arbitrário, pois o que vai nos interessar são as diferenças de energia, conforme mostraremos nos exercícios resolvidos. No nível horizontal de referência, a energia potencial gravitacional é nula ($h = 0 \Rightarrow E_{p_{\text{grav.}}} = 0$).

No caso de uma mola, $E_{p_{\text{elást.}}} = \frac{Kx^2}{2}$ representa a energia potencial elástica na posição correspondente à deformação x , medida em relação à posição natural da mola (não deformada).



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 343 Uma pequena bola de borracha, de massa 50 g, é abandonada de um ponto A situado a uma altura de 5,0 m e, depois de chocar-se com o solo, eleva-se verticalmente até um ponto B, situado a 3,6 m. Considere a aceleração local da gravidade 10 m/s^2 .

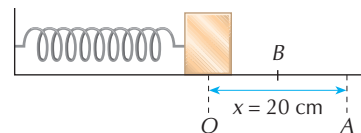
- Calcule a energia potencial gravitacional da bola nas posições A e B. Adote o solo como nível horizontal de referência para a medida da energia potencial.
- Como se modificariam as respostas anteriores se o nível de referência fosse o plano horizontal que passa por B?

P. 344 (Fuvest-SP) Uma bala de morteiro, de massa $5,0 \cdot 10^2 \text{ g}$, está a uma altura de 50 m acima do solo horizontal com uma velocidade de 10 m/s, em um instante t_0 . Tomando o solo como referencial e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine no instante t_0 :

- a energia cinética da bala;
- a energia potencial gravitacional da bala.

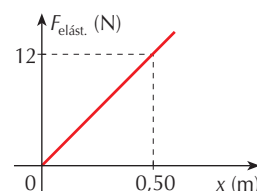
P. 345 No sistema elástico da figura, O representa a posição de equilíbrio (mola não deformada). Ao ser alongada, passando para a posição A, a mola armazena a energia potencial elástica $E_p = 2,0 \text{ J}$. Determine:

- a constante elástica da mola;
- a energia potencial elástica que a mola armazena na posição B, ponto médio do segmento \overline{OA} .



P. 346 (Unicamp-SP) O gráfico ao lado representa a intensidade da força elástica aplicada por uma mola, em função de sua deformação.

- Qual é a constante elástica da mola?
- Qual é a energia potencial elástica armazenada na mola para $x = 0,50 \text{ m}$?



Seção 15.3

Objetivos

- ▶ Conceituar energia mecânica.
- ▶ Analisar a transformação de energia cinética em potencial e vice-versa no lançamento vertical para cima e no oscilador harmônico.
- ▶ Compreender em que condições a energia mecânica se conserva.

Termos e conceitos

- forças dissipativas
- forças conservativas

Conservação da energia mecânica

Um corpo atirado para cima com velocidade inicial v_0 retorna à mesma posição com a mesma velocidade em sentido contrário, se desprezarmos a resistência do ar (fig. 5).

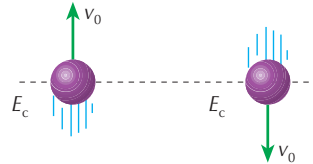


Figura 5. Desprezada a ação do ar, a energia cinética inicial é igual à final.

Em outras palavras, na ausência de forças dissipativas, a energia cinética inicialmente fornecida ao corpo é a mesma na posição final. Porém, durante a subida e a descida, essa energia se transforma (fig. 6).

Quando o corpo sobe, diminui sua velocidade e sua energia cinética; porém o corpo ganha altura e, portanto, aumenta sua energia potencial (fig. 6B).

Na altura máxima, o corpo tem somente energia potencial, pois sua velocidade é nula (fig. 6C).

Durante a queda, o corpo perde energia potencial, pois perde altura, mas adquire energia cinética (fig. 6D).

Ao retornar ao ponto de lançamento, o corpo recupera sua energia cinética inicial (fig. 6E).

Chamando de energia mecânica a soma da energia potencial com a energia cinética, temos:

$$E_{\text{mec.}} = E_p + E_c$$

Verifica-se que:

A energia mecânica permanece constante na ausência de forças dissipativas, apenas ocorre a conversão entre suas formas cinética e potencial.

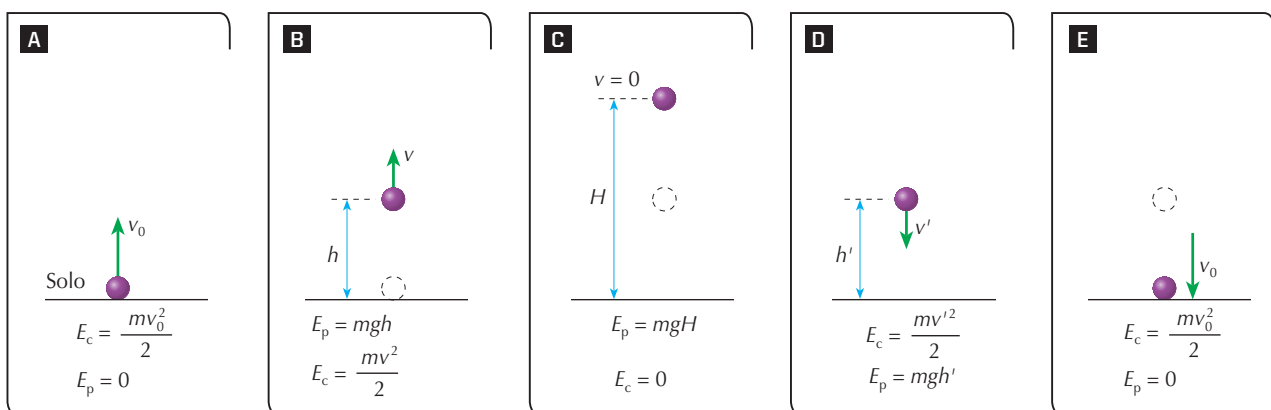


Figura 6. Adotamos o solo como nível de referência para medida de energia potencial ($E_p = 0$).



Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>
Atividade experimental: *Conversão de energia potencial gravitacional em energia cinética*



Considere agora uma esfera presa a uma mola e apoiada numa superfície horizontal sem atrito; despreze a resistência do ar.

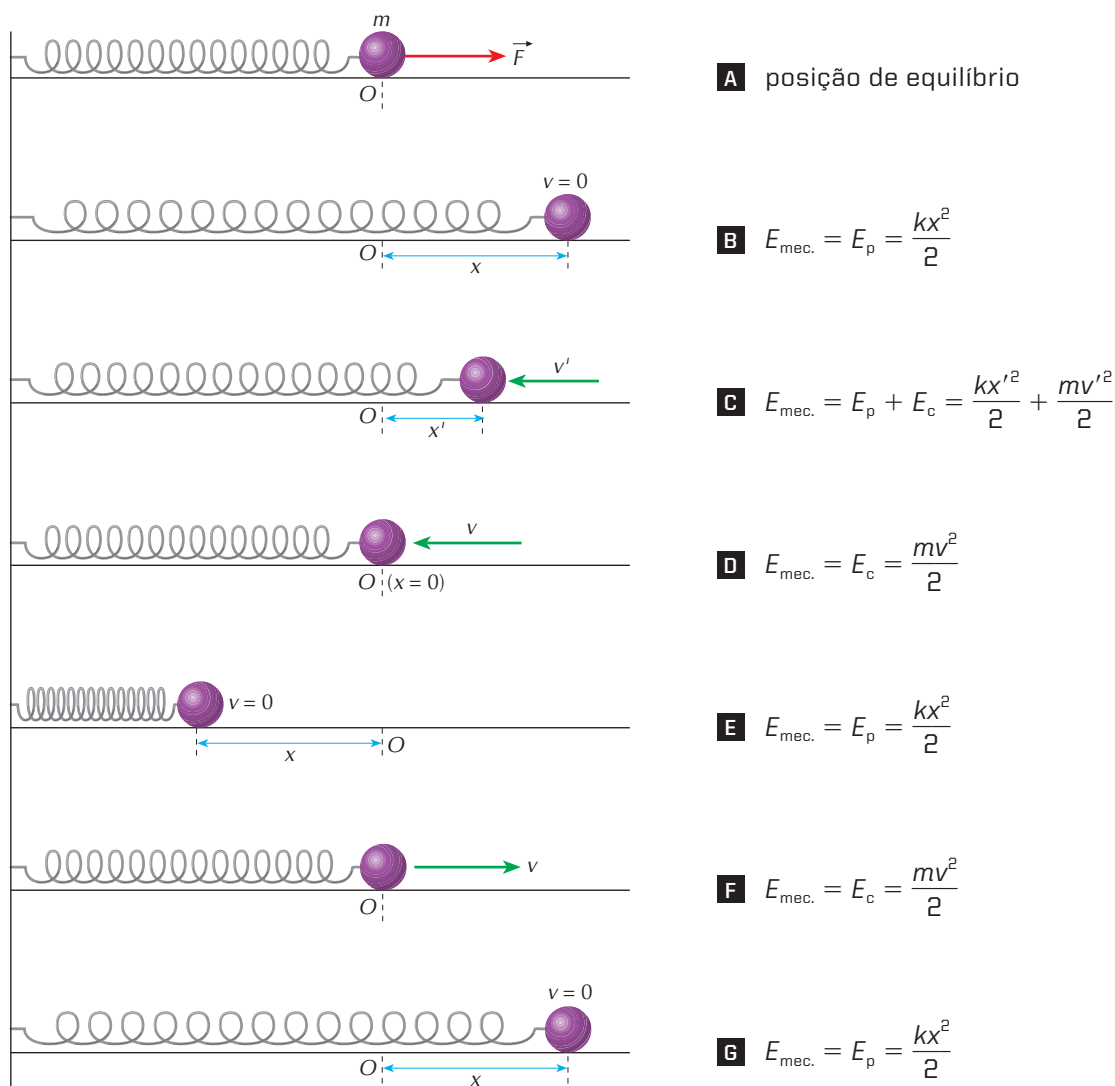


Figura 7. Oscilador harmônico.

A esfera é tirada da posição de equilíbrio (fig. 7A) pela ação de \vec{F} e abandonada depois que a mola sofre uma deformação x (fig. 7B). Nessa posição, o sistema tem energia potencial elástica.

Abandonado (fig. 7C), o sistema perde energia potencial (a deformação é menor), mas ganha energia cinética, pois tem velocidade.

Na posição central O (fig. 7D), toda a energia do sistema é cinética, pois a mola não está nem alongada nem comprimida.

A esfera vai até o outro extremo (fig. 7E), comprimindo a mola: o sistema tem apenas energia potencial e o processo se repete.

O sistema descrito constitui um oscilador harmônico.

Desprezadas as forças dissipativas, a energia mecânica permanece constante. Na prática, o sistema perde a energia mecânica inicial, devido à dissipação por atrito e à resistência do ar.

De modo geral podemos afirmar que:

A energia mecânica de um sistema se conserva quando este se movimenta sob ação de forças conservativas e eventualmente de outras forças que realizam trabalho nulo.

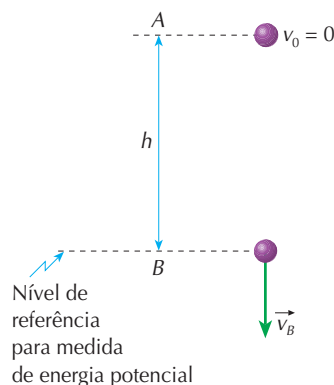
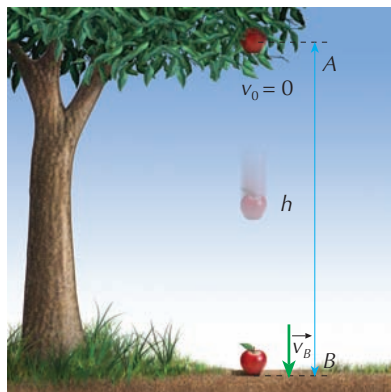


EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Até informação contrária, nos exercícios seguintes despreze forças dissipativas, como atrito e resistência do ar.

- R. 129** Determine a velocidade que um corpo adquire ao cair de uma altura h , conhecida, a partir do repouso. Dado g = aceleração da gravidade local.

Solução:



Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{\text{mec}_A} = E_{\text{mec}_B}$$

$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

$$mgh + 0 = 0 + \frac{mv_B^2}{2}$$

$$mgh = \frac{mv_B^2}{2}$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

Resposta: $v_B = \sqrt{2gh}$

Observação:

Há outros problemas análogos a este, mudando apenas a situação física. Vejamos alguns exemplos.

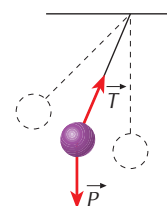
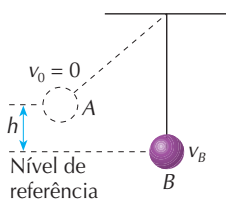
- Um pêndulo é abandonado de uma altura h . Determine a velocidade em seu ponto inferior. Na massa pendular atuam somente o peso \vec{P} (força conservativa) e a tração \vec{T} , que não realiza trabalho, pois é perpendicular em cada instante ao deslocamento. Assim, a energia mecânica se conserva:

$$E_{\text{mec}_A} = E_{\text{mec}_B}$$

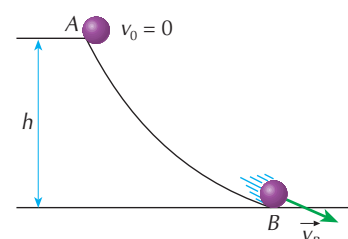
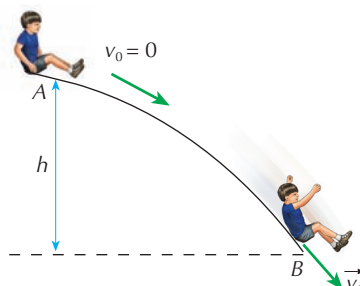
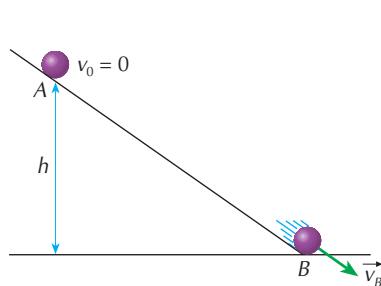
$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

$$mgh + 0 = 0 + \frac{mv_B^2}{2}$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$



- Em todos os casos propostos a seguir, as superfícies são supostas sem atrito:



$$v_B = \sqrt{2gh}$$



R. 130 Um corpo é atirado verticalmente para cima com velocidade v_0 . Supondo conhecidos v_0 e a aceleração da gravidade g , determine a altura máxima que o corpo atinge.

Solução:

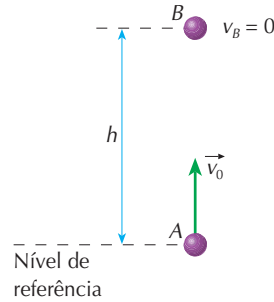
Na altura máxima a velocidade é nula. Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{\text{mec}_A} = E_{\text{mec}_B}$$

$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

$$0 + \frac{mv_0^2}{2} = mgh + 0$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$



Resposta: $h = \frac{v_0^2}{2g}$

Observação:

De modo semelhante a esse exercício, podemos propor: abandonando um corpo de uma altura h (fig. A) na superfície polida indicada, a altura h' que ele atinge é igual a h , pois sua energia potencial inicial é idêntica à energia final, que é apenas potencial. Abandonando o pêndulo da altura h (fig. B), a altura h' que ele atinge será o próprio h , ainda que se considere um obstáculo, como o da figura C, que altere a direção do fio.

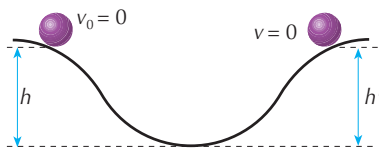


Figura a.

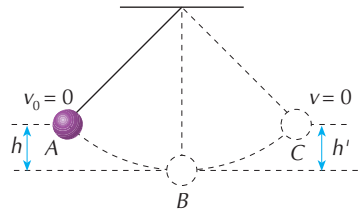


Figura b.

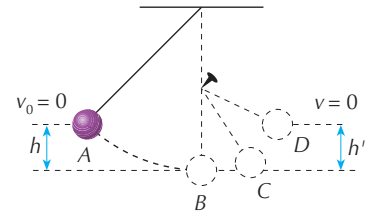


Figura c.

R. 131 Uma bola é lançada horizontalmente do alto de uma colina de 120 m de altura com velocidade de 10 m/s. Determine a velocidade da bola ao atingir o solo. Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Solução:

Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{\text{mec}_A} = E_{\text{mec}_B}$$

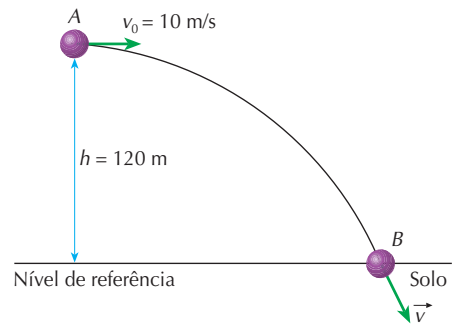
$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

$$mgh + \frac{mv_0^2}{2} = 0 + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2gh + v_0^2$$

Substituindo os valores dados, vem:

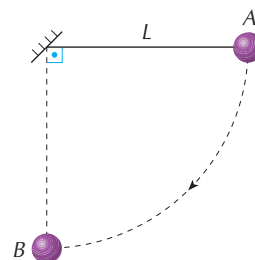
$$v^2 = 2 \cdot 10 \cdot 120 + 10^2 \Rightarrow v^2 = 2.500 \Rightarrow v = 50 \text{ m/s}$$

Resposta: 50 m/s



R. 132 Uma esfera de massa $m = 2,0 \text{ kg}$ presa a um fio de comprimento $L = 0,45 \text{ m}$ é abandonada na posição A, conforme a figura. No instante em que a esfera passa pela posição B, determine:

- sua velocidade escalar;
 - a intensidade da força de tração no fio.
- Despreze os atritos e considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Solução:

a) Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{\text{mec},A} = E_{\text{mec},B}$$

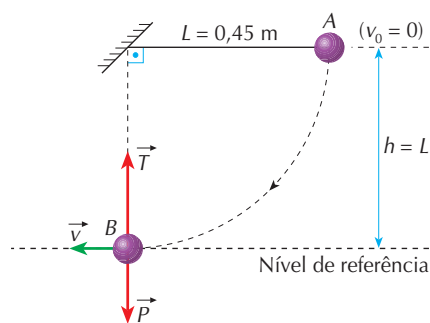
$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

$$mgh + 0 = 0 + \frac{mv^2}{2}$$

$$v^2 = 2gh$$

Sendo $h = L = 0,45 \text{ m}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, vem:

$$v^2 = 2 \cdot 10 \cdot 0,45 \Rightarrow \boxed{v = 3,0 \text{ m/s}}$$



b) As forças que agem na esfera são o peso \vec{P} e a tração do fio \vec{T} . A resultante dessas forças, na posição B, é a própria resultante centrípeta. Portanto:

$$F_{cp} = ma_{cp} \Rightarrow T - P = m \frac{v^2}{R}$$

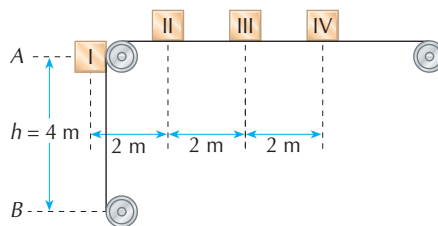
Sendo $P = mg = 20 \text{ N}$, $m = 2,0 \text{ kg}$, $v = 3,0 \text{ m/s}$ e $R = L = 0,45 \text{ m}$, vem:

$$T - 20 = 2,0 \cdot \frac{(3,0)^2}{0,45} \Rightarrow \boxed{T = 60 \text{ N}}$$

Respostas: a) 3,0 m/s; b) 60 N

R. 133

A esteira da figura transporta quatro corpos de igual massa presos a ela. A esteira passa pelos roletes sem atrito e, na posição da figura, encontra-se travada. Destruvando-a, o sistema põe-se em movimento. Determine a velocidade do primeiro corpo quando atinge a posição B indicada na figura. Despreze as dimensões dos corpos e das polias que compõem o sistema, isto é, considere que todos os corpos, na situação inicial, estão à mesma altura. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

**Solução:**

Os quatro corpos presos à esteira constituem um sistema de corpos de massa total $4M$, sendo M a massa de cada corpo. Adotaremos a linha horizontal que passa por B como nível de referência.

Na figura a, o sistema tem apenas energia potencial ($v_0 = 0$):

$$E_{\text{mec.}} = E = 4Mgh \quad \textcircled{1}$$

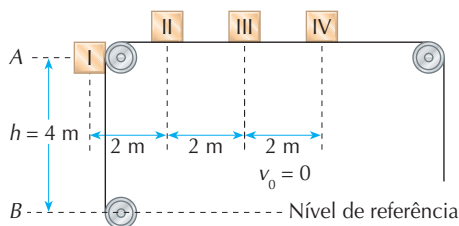


Figura a.

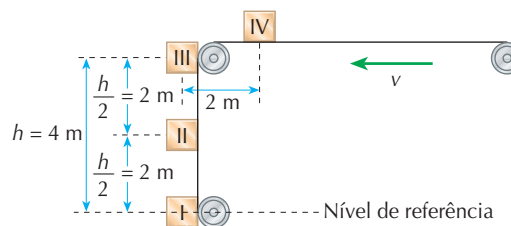


Figura b.

Na figura b, o sistema está em movimento. Além de energia cinética (a esteira e todos os corpos possuem a mesma velocidade v), o sistema apresenta também a energia potencial dos corpos II ($\frac{Mgh}{2}$), III (Mgh) e IV (Mgh).

$$E_{\text{mec.}} = \frac{4Mv^2}{2} + \frac{Mgh}{2} + Mgh + Mgh = 2Mv^2 + \frac{5}{2}Mgh \quad \textcircled{2}$$

Igualando $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$, vem:

$$4Mgh = 2Mv^2 + \frac{5}{2}Mgh \Rightarrow 2Mv^2 = \frac{3}{2}Mgh \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3gh}{4}} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{30} \text{ m/s} \approx 5,5 \text{ m/s}}$$

Resposta: $\sqrt{30} \text{ m/s} \approx 5,5 \text{ m/s}$



R. 134 Numa superfície plana e polida um carrinho tem velocidade v_0 e percorre a pista curva indicada. Conhecendo-se R , raio da curva da pista, e g , aceleração da gravidade local, determine o menor valor da velocidade inicial para que o fenômeno seja possível. (A curva é chamada *looping*.)

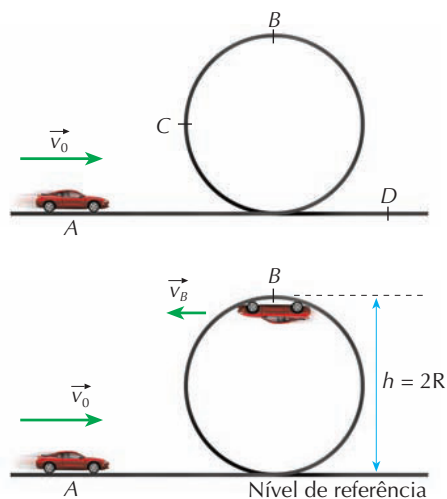
Solução:

O ponto superior B é o mais difícil de toda a trajetória. Considere que o carrinho tenha nesse ponto uma velocidade v_B de modo que ele consiga completar a curva. Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{\text{mec.}(A)} = E_{\text{mec.}(B)}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv_B^2}{2}, \text{ sendo } h = 2R$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg2R + \frac{mv_B^2}{2}$$



Cancelando m e multiplicando todos os termos por 2, obtemos:

$$v_0^2 = 4Rg + v_B^2 \quad \textcircled{1}$$

Nessa equação, $4Rg$ é constante e v_0 varia em função de v_B : quanto menor v_0 , menor v_B . A velocidade v_0 será mínima quando v_B também for mínima:

$$v_{0\text{min}}^2 = 4Rg + v_{B\text{min}}^2 \quad \textcircled{2}$$

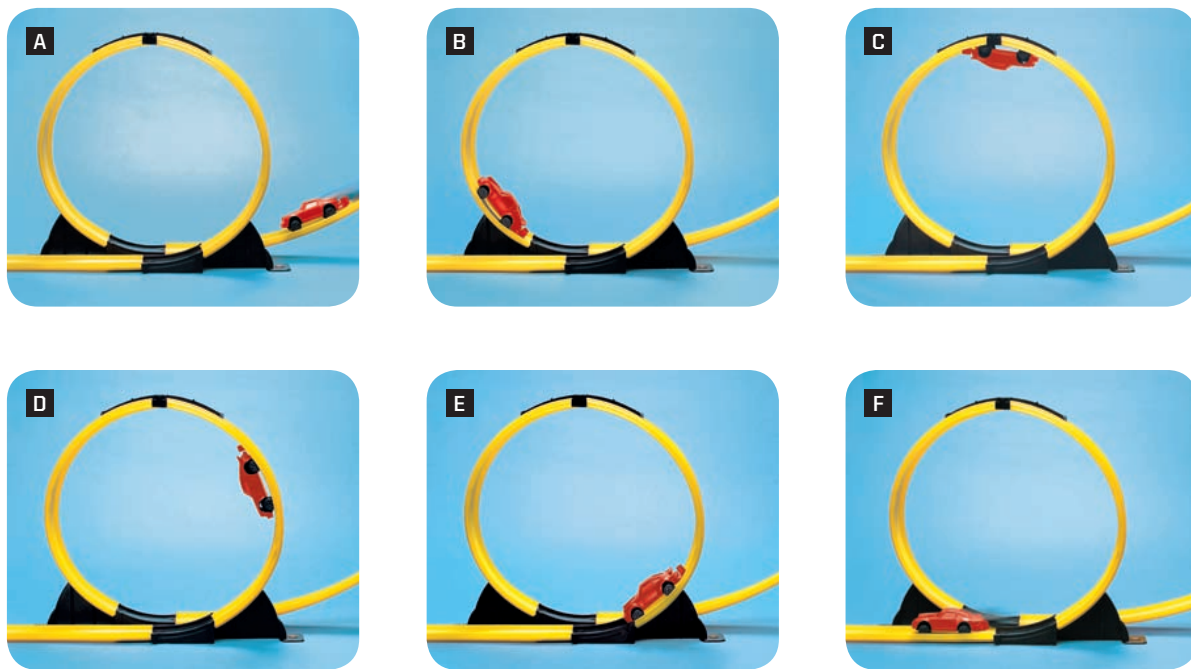
O cálculo de $v_{B\text{min}}$ é baseado no problema do globo da morte (veja R.112, no capítulo 13, página 258). No ponto superior B , em condições críticas, a aceleração centrípeta $a_{cp} = \frac{v_B^2}{R}$ deve ser a própria aceleração da gravidade g , situação em que a força de contato \vec{F}_N é nula:

$$a_{cp} = g \Rightarrow \frac{v_{B\text{min}}^2}{R} = g \Rightarrow v_{B\text{min}}^2 = Rg$$

Substituindo na expressão $\textcircled{2}$, temos:

$$v_{0\text{min}}^2 = 4Rg + v_{B\text{min}}^2 = v_{0\text{min}}^2 = 4Rg + Rg = 5Rg \Rightarrow v_{0\text{min}} = \sqrt{5Rg}$$

Resposta: $\sqrt{5Rg}$



Para que possa realizar esse *looping*, o carrinho deve entrar na curva com velocidade no mínimo igual a $\sqrt{5Rg}$ sendo R o raio da curva descrita.



R. 135 Um carrinho cai de uma altura h desconhecida e descreve a trajetória indicada. O raio da curva é conhecido, bem como a aceleração da gravidade g . Determine o menor valor da altura h para que o fenômeno seja possível. Despreze os atritos e a resistência do ar.

Solução:

Como no problema anterior, o ponto superior B é o mais difícil da trajetória: o móvel deve passar por esse ponto com certa velocidade v_B . Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{\text{mec.(A)}} = E_{\text{mec.(B)}}$$

$$mgh = mg \cdot 2R + \frac{mv_B^2}{2}$$

$$gh = g \cdot 2R + \frac{v_B^2}{2} \quad \text{①}$$

Por essa expressão, h é mínimo quando v_B for mínimo, o que ocorre nas condições analisadas no problema anterior. O ponto B é alcançado em condições críticas quando $F_N = 0$, o que resulta:

$$a_{\text{cp}} = g \Rightarrow \frac{v_{B_{\text{min}}}^2}{R} = g \Rightarrow v_{B_{\text{min}}}^2 = Rg$$

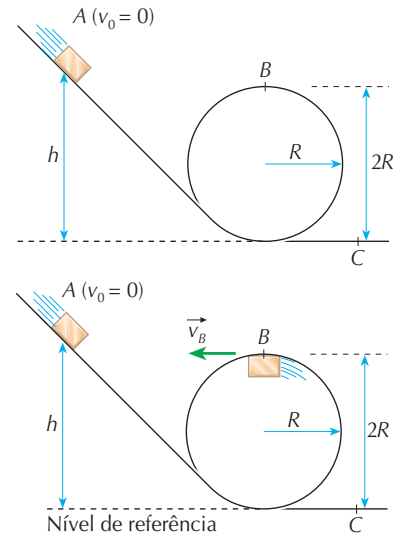
Substituindo em ①, vem:

$$gh_{\text{min.}} = g \cdot 2R + \frac{v_{B_{\text{min}}}^2}{2} \Rightarrow gh_{\text{min.}} = g \cdot 2R + \frac{Rg}{2} \Rightarrow h_{\text{min.}} = 2R + \frac{R}{2} \Rightarrow h_{\text{min.}} = 2,5R$$

Resposta: $h_{\text{min.}} = 2,5R$

Observação:

A normal \vec{F}_N só é nula instantaneamente, no ponto superior B . Em qualquer outro ponto, a normal não é nula.



R. 136 Um bloco de massa $m = 4 \text{ kg}$ e velocidade horizontal $v = 0,5 \text{ m/s}$ choca-se com uma mola de constante elástica $k = 100 \text{ N/m}$. Não há atrito entre o bloco e a superfície de contato. Determine a máxima deformação sofrida pela mola.

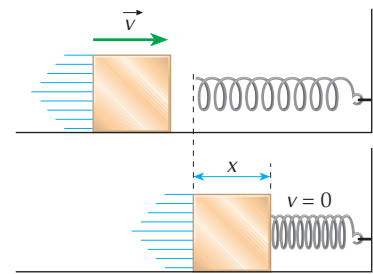
Solução:

A energia cinética que o bloco possui será transferida integralmente à mola quando esta estiver totalmente comprimida: $E_{\text{corpo}} = E_{\text{mola}}$

Então: $\frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$

$$4 \cdot 0,5^2 = 100 \cdot x^2 \Rightarrow x = 0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Resposta: 0,10 m ou 10 cm

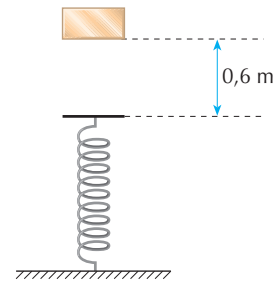
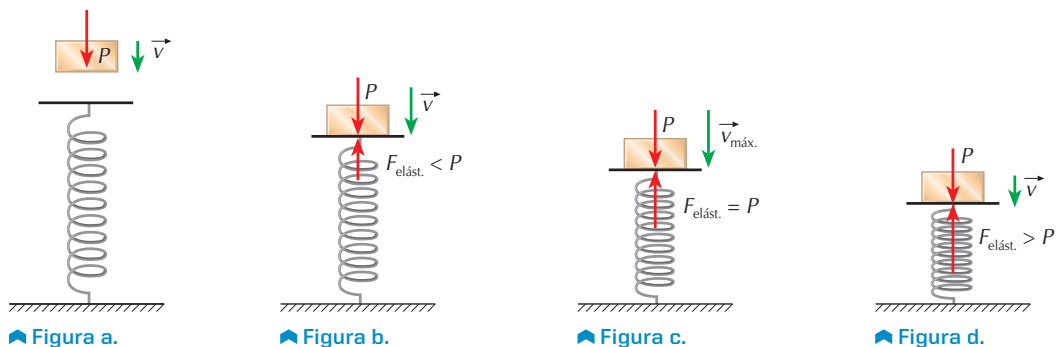


R. 137 Um corpo de massa 2 kg é abandonado sobre uma mola ideal de constante elástica 50 N/m, como mostra a figura. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando as perdas de energia mecânica, determine:

- a deformação da mola no instante em que a velocidade do corpo é máxima;
- a velocidade máxima do corpo.

Solução:

a) Inicialmente o corpo cai acelerado sob a ação de seu peso \vec{P} (fig. A) até atingir a mola. Em contato com a mola, além do peso, passa a agir no corpo a força elástica $\vec{F}_{\text{elást.}}$ cuja intensidade é proporcional à deformação da mola. Enquanto $F_{\text{elást.}} < P$, o movimento é acelerado (fig. B). Quando $F_{\text{elást.}} = P$, o corpo atinge sua velocidade máxima (fig. C). A seguir, $F_{\text{elást.}} > P$ e o movimento passa a ser retardado (fig. D) até a velocidade se anular.



Portanto, a velocidade máxima ocorre quando o movimento passa de acelerado para retardado, e isso acontece quando a intensidade da força elástica se torna igual ao peso do corpo:

$$F_{\text{elást.}} = P \Rightarrow kx = mg$$

Sendo $k = 50 \text{ N/m}$, $m = 2 \text{ kg}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, vem:

$$50x = 2 \cdot 10 \Rightarrow x = 0,4 \text{ m}$$

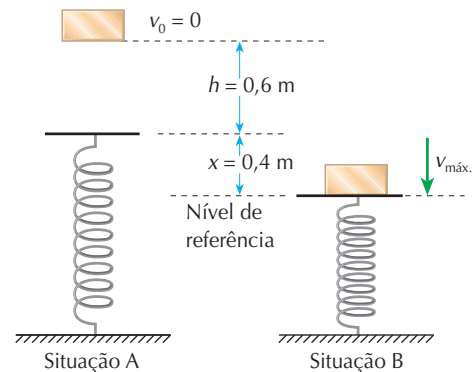
- b) Em relação ao nível de referência adotado na figura, concluímos que a energia potencial gravitacional inicial do corpo (situação A) transforma-se em energia cinética do corpo e em energia potencial elástica (situação B)

$$mg \cdot (h + x) = \frac{mv_{\text{máx.}}^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$$2 \cdot 10 \cdot (0,6 + 0,4) = \frac{2 \cdot v_{\text{máx.}}^2}{2} + \frac{50 \cdot (0,4)^2}{2}$$

$$v_{\text{máx.}} = 4 \text{ m/s}$$

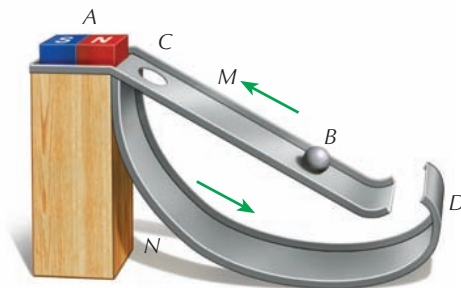
Respostas: a) 0,4 m; b) 4 m/s



O mito do moto-perpétuo

Muitas pessoas, algumas leigas e outras com bom conhecimento científico, tentaram imaginar e construir uma máquina de movimento perpétuo. Essa máquina, por meio apenas de conversões de energia no seu interior, deveria funcionar eternamente, sem nenhum suprimento externo de energia. Entretanto, todas as tentativas se mostraram infrutíferas, pois sempre uma parcela da energia, por mínima que seja, se perde no processo de funcionamento da máquina.

Hoje está cientificamente provado ser impossível a criação de um moto-perpétuo (também conhecido como moto-contínuo), de modo que todos os escritórios de registro de patentes do mundo rejeitam *a priori* projetos de tais máquinas

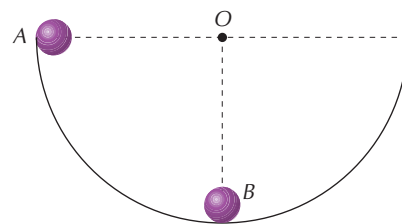


◀ Máquina de movimento perpétuo proposta em 1670, por John Wilkins, bispo de Chester: a esfera de ferro *B* sobe a rampa *M*, atraída por um ímã *A*, atinge o buraco *C* e desce pela rampa *N*. Devido à curva em *D*, a esfera retorna à rampa *M*, e o movimento "repete-se indefinidamente". Onde está a impossibilidade prática desse dispositivo?

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 347** Uma pedra de 5 g cai de uma altura de 5 m em relação ao solo. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar. Determine a velocidade da pedra quando atinge o solo.
- P. 348** Um objeto de 10 g é atirado verticalmente para cima com velocidade de 12 m/s. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar. Determine a altura máxima que o objeto atinge.
- P. 349** Uma pedra de massa 0,2 kg é atirada verticalmente para baixo de uma torre de altura igual a 25 m com velocidade inicial de 20 m/s. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a energia cinética da pedra ao atingir o solo.
- P. 350** Um bloco de 2 kg cai no vácuo, a partir do repouso, de uma altura igual a 20 m do solo. Determine as energias cinética e potencial à metade da altura de queda ($g = 10 \text{ m/s}^2$). Considere nula a energia potencial da pedra no solo.

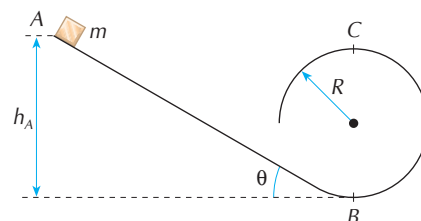
P. 351 Uma pequena esfera, partindo do repouso da posição A, desliza sem atrito sobre uma canaleta semicircular, contida num plano vertical. Determine a intensidade da força normal que a canaleta exerce na esfera quando esta passa pela posição mais baixa B. Dados: massa da esfera (m); aceleração da gravidade (g).



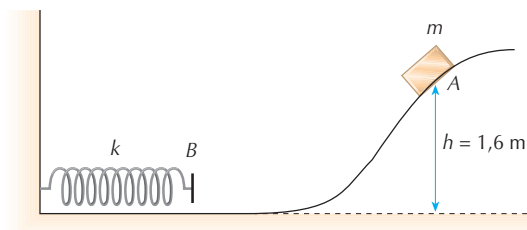
P. 352 (Olimpíada Brasileira de Física) Um bloco de massa m é abandonado sobre o trilho e desliza, a partir do ponto A, como representado na figura ao lado.

O coeficiente de atrito cinético entre o trilho e o bloco no trajeto AB é μ . A seção circular que se inicia no ponto B não tem atrito.

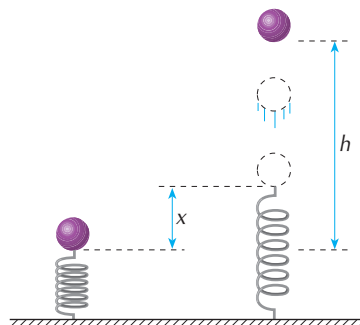
- Qual a menor velocidade que o bloco deve ter no ponto B para que consiga passar pelo ponto C?
- Qual a altura h_A para que isso ocorra?



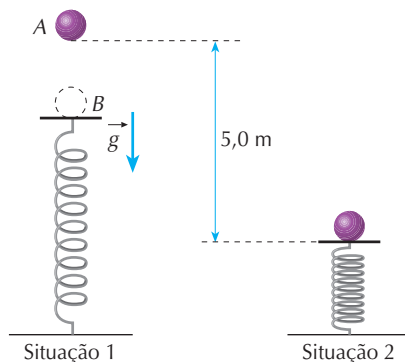
P. 353 (UFPE) Um pequeno bloco, de massa $m = 0,5$ kg, inicialmente em repouso no ponto A, é largado de uma altura de $h = 1,6$ m. O bloco desliza, sem atrito, ao longo de uma superfície e colide, no ponto B, com uma mola de constante elástica $k = 100$ N/m (veja a figura abaixo). Determine a compressão máxima da mola, em cm. (Use $g = 10$ m/s².)



P. 354 Uma mola de constante elástica $k = 1.200$ N/m está comprimida de $x = 10$ cm pela ação de um corpo de 1 kg. Abandonado o conjunto, o corpo é atirado verticalmente, atingindo a altura h . Adote $g = 10$ m/s² e despreze a resistência do ar. Determine h .



P. 355 (Vunesp) Na figura abaixo, uma esfera de massa $m = 2$ kg é abandonada do ponto A, caindo livremente e colidindo com o aparador que está ligado a uma mola de constante elástica $k = 2 \cdot 10^4$ N/m. As massas da mola e do aparador são desprezíveis. Não há perda de energia mecânica. Admita $g = 10$ m/s². Na situação 2 a compressão da mola é máxima. Determine as deformações da mola quando a esfera atinge sua velocidade máxima e quando ela está na situação 2, medidas em relação à posição inicial B.



Seção 15.4

Objetivos

▶ Analisar graficamente a variação das energias cinéticas, potencial e mecânica: em função da posição, num oscilador harmônico; em função do tempo, em uma queda livre.

Termos e conceitos

• oscilador harmônico

Diagramas de energia

A energia potencial de uma mola $E_p = \frac{Kx^2}{2}$ é uma função do 2º grau em x , cujo gráfico é uma parábola.

Nos pontos extremos da oscilação do oscilador harmônico (fig. 8), a energia mecânica total é a energia potencial. Na posição central a energia potencial é nula e a energia cinética é igual à energia mecânica total. A representação gráfica da energia potencial em função de x é uma parábola; logo, a representação gráfica da energia cinética será também uma parábola, porém invertida, para que a soma da energia potencial com a cinética permaneça constante.

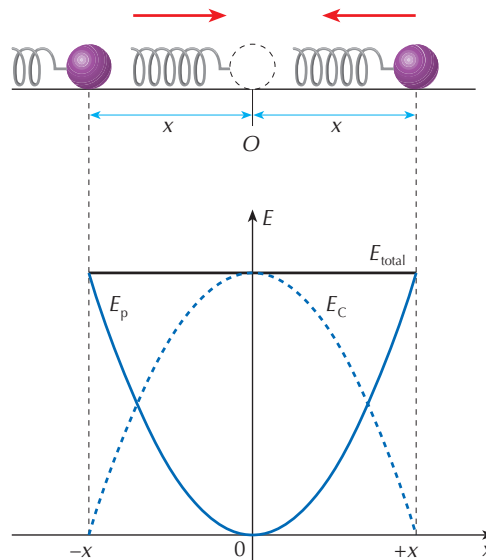


Figura 8.

Considere um corpo em queda sem resistência do ar. Em relação ao solo sua energia potencial é $E_p = Ph$, sendo h uma função do 2º grau em t .

Assim, a representação gráfica da energia potencial gravitacional em função do tempo também é uma parábola. Em consequência, a energia cinética terá por representação gráfica uma parábola invertida para que a soma da energia potencial com a cinética permaneça constante (fig. 9). A figura 10 ilustra outro exemplo.

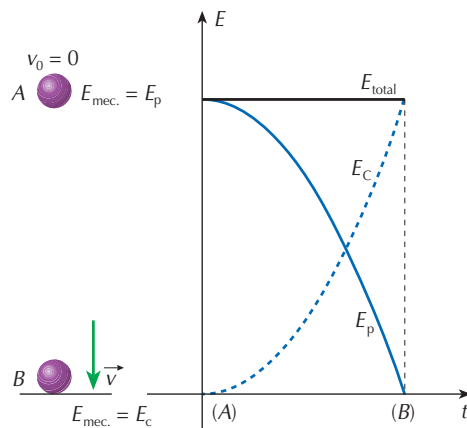


Figura 9.

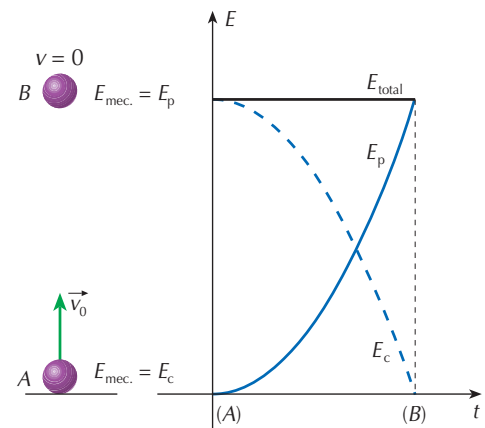
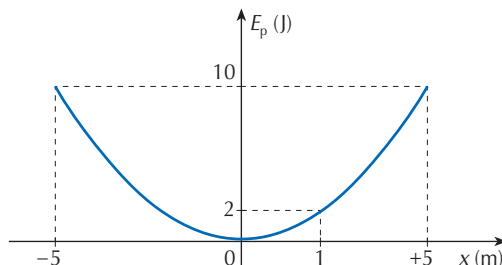


Figura 10.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

- R. 138** O gráfico da figura representa a energia potencial em função da posição de um sistema mecânico conservativo. Determine:
- a energia total do sistema;
 - a energia potencial e a energia cinética quando $x = 1$ m.



Solução:

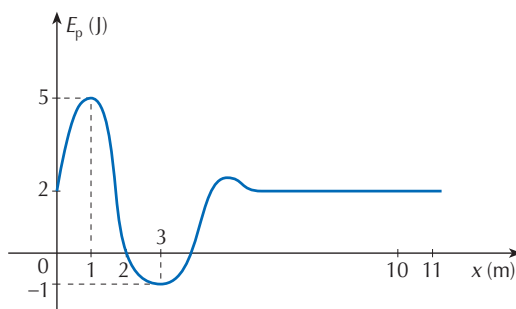
- A energia mecânica total corresponde ao valor da máxima energia potencial. Do gráfico: $E_{mec.} = 10$ J
- Quando $x = 1$ m, do gráfico temos $E_p = 2$ J. Como $E_p + E_c = E_{mec.} = 10$ J, vem:

$$E_c = 10 - E_p = 10 - 2 \Rightarrow E_c = 8$$
 J

Respostas: a) 10 J; b) $E_p = 2$ J e $E_c = 8$ J

EXERCÍCIO PROPOSTO

- P. 356** O diagrama representa a energia potencial de um sistema mecânico conservativo variando em função da posição x . Sabe-se que, quando $x = 1$ m, o sistema possui apenas energia potencial. Determine:
- a energia mecânica total do sistema;
 - a energia potencial e cinética em $x = 2$ m e $x = 3$ m;
 - o tipo de movimento no trecho de $x = 10$ m a $x = 11$ m;
 - o tipo de movimento no trecho de $x = 1$ m a $x = 2$ m.



Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>
Animação: *Energia mecânica - conservação e dissipação*



Outras formas de energia

Objetivos

- ▶ Analisar as diferentes formas de energia.
 - ▶ Compreender o princípio da conservação de energia.

Termos e conceitos

- energia térmica
 - calor
- energia luminosa
- energia química
- energia elétrica
- energia nuclear

A energia mecânica transforma-se passando de potencial a cinética, ou vice-versa, permanecendo constante nos sistemas conservativos. Se atuarem forças dissipativas, haverá energia dissipada correspondente ao trabalho realizado por essas forças.

No arrastamento de um corpo numa superfície, com atrito, a energia dissipada é transferida às suas moléculas e átomos, que sofrem um aumento de energia cinética. Essa energia cinética interna é chamada **energia térmica**.

A energia térmica transferida de um corpo a outro é chamada **calor**. Assim, o calor é **energia térmica em trânsito**. O estudo do calor é feito em **Termologia**, assunto do segundo volume deste curso.

O calor é frequentemente medido em **caloria** (símbolo: **cal**), unidade de energia que se relaciona com o joule da seguinte maneira:

$$1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J}$$

A energia pode se manifestar de muitas outras maneiras. Além da mecânica e da térmica, temos a **energia luminosa**, que se propaga sob a forma de ondas eletromagnéticas; a **energia química**, armazenada nas substâncias e liberada nas reações químicas; a **energia elétrica**, associada a cargas elétricas; a **energia nuclear**, relacionada à disposição das partículas no interior do núcleo atômico; etc.

Nos exemplos das seções anteriores analisamos a conservação da energia mecânica. Conhecendo agora outras formas de energia, enunciemos:

Princípio da conservação da energia

A energia não pode ser criada ou destruída, mas unicamente transformada. O aparecimento de certa forma de energia é sempre acompanhado do desaparecimento de outra forma de energia em igual quantidade.



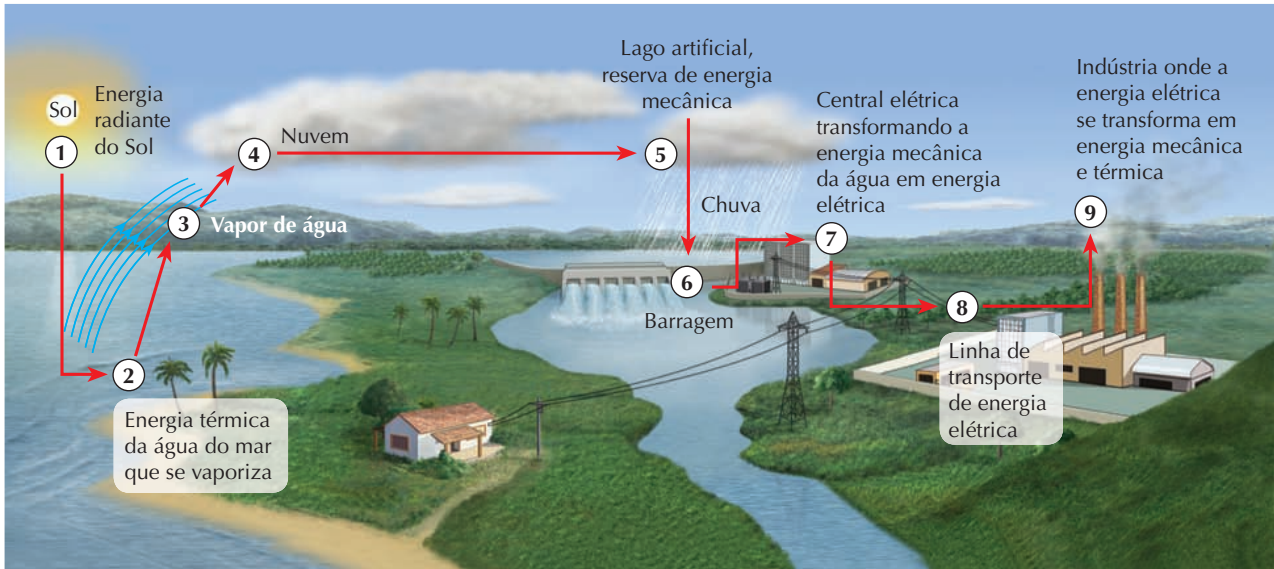
▶ Fotografia estroboscópica de um martelo golpeando um prego. Há diversas formas de energia envolvidas, tais como as energias potencial e cinética do martelo, a energia sonora, produzida no instante do impacto, e a energia térmica, devida à resistência que o material oferece à entrada do prego.



▶ A bola descreve arcos de parábola cada vez mais baixos, após chocar-se com o solo, devido à dissipação de energia.

Além da energia, há outras grandezas que se conservam, em Física, como a quantidade de movimento e a carga elétrica. Os princípios da conservação são importantes e úteis nas análises dos mais diversos fenômenos. Por enquanto, você utilizou apenas a conservação da energia mecânica, pois só estudou esse tipo de energia.

O quadro seguinte indica uma série de transformações energéticas – algumas espontâneas, que ocorrem na Natureza, e outras induzidas pelo ser humano, para seu proveito.



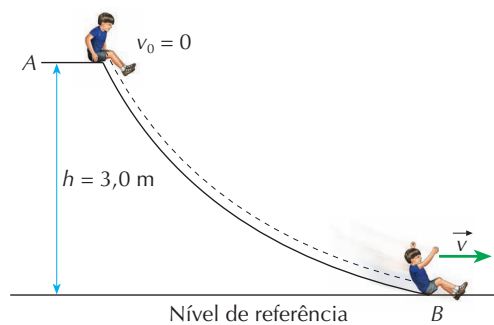
Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>
A Física em nosso Mundo: Fontes convencionais e fontes alternativas de energia.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 139 Um menino desce num escorregador de altura 3,0 m a partir do repouso e atinge o solo. Supondo que 40% de energia mecânica é dissipada nesse trajeto, determine a velocidade do menino ao chegar ao solo. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Solução:

Da posição A para a posição B ocorre uma perda de 40% de energia mecânica. Isso significa que a energia mecânica do menino em B é 60% da energia mecânica do menino em A:



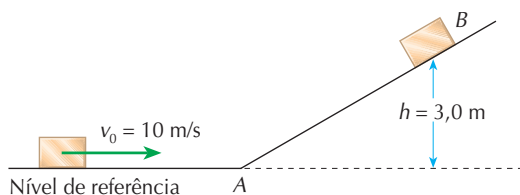
$$E_{\text{mec}_B} = 60\% \cdot E_{\text{mec}_A} \Rightarrow (E_{p_B} + E_{c_B}) = 60\% \cdot (E_{p_A} + E_{c_A}) \Rightarrow \left(0 + \frac{mv^2}{2}\right) = 0,60 \cdot (mgh + 0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot 0,60gh \Rightarrow v^2 = 2 \cdot 0,60 \cdot 10 \cdot 3,0 \Rightarrow v^2 = 36 \Rightarrow \boxed{v = 6,0 \text{ m/s}}$$

Resposta: 6,0 m/s



R. 140 Um corpo de massa 1,0 kg move-se horizontalmente com velocidade constante de 10 m/s, num plano sem atrito. Encontra uma rampa e sobe até atingir a altura máxima de 3,0 m. A partir do ponto A, início da subida da rampa, existe atrito. Determine a quantidade de energia mecânica transformada em energia térmica durante a subida do corpo na rampa. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Solução:

Nesse caso não há conservação da energia mecânica. A transformação de energia mecânica em energia térmica é devida ao atrito.

A energia mecânica transformada em energia térmica é dada pela diferença entre as energias mecânicas inicial ($E_{\text{mec},A}$) e final ($E_{\text{mec},B}$):

$$E_{\text{térm.}} = E_{\text{mec},A} - E_{\text{mec},B}$$

Mas:

$$E_{\text{mec},A} = E_{p_A} + E_{c_A} = 0 + \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow E_{\text{mec},A} = \frac{1,0 \cdot 10^2}{2} \Rightarrow E_{\text{mec},A} = 50 \text{ J}$$

$$E_{\text{mec},B} = E_{p_B} + E_{c_B} = mgh + 0 \text{ (note que } E_{c_B} = 0, \text{ pois ao atingir altura máxima a velocidade se anula)}$$

$$E_{\text{mec},B} = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 3,0$$

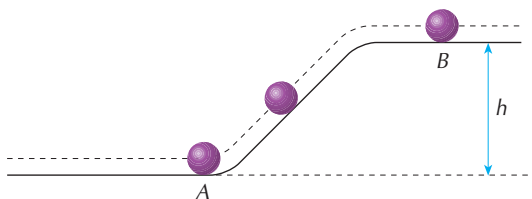
$$E_{\text{mec},B} = 30 \text{ J}$$

$$\text{Portanto: } E_{\text{térm.}} = 50 - 30 \Rightarrow E_{\text{térm.}} = 20 \text{ J}$$

Resposta: 20 J

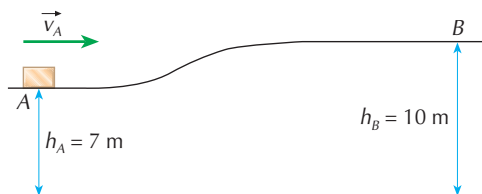
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 357 Uma esfera movimenta-se num plano horizontal subindo em seguida uma rampa, conforme a figura. Com qual velocidade a esfera deve passar pelo ponto A para chegar a B com velocidade de 4 m/s? Sabe-se que no percurso AB há uma perda de energia mecânica de 20%. (Dados: $h = 3,2 \text{ m}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



P. 358 Um pequeno bloco de 0,4 kg de massa desliza sobre uma pista, de um ponto A até um ponto B, conforme a figura abaixo ($g = 10 \text{ m/s}^2$). Se as velocidades do bloco nos pontos A e B têm módulos iguais a 10 m/s e 5 m/s, respectivamente, determine para o trecho AB:

- a quantidade de energia mecânica transformada em térmica;
- o trabalho realizado pela força de atrito.

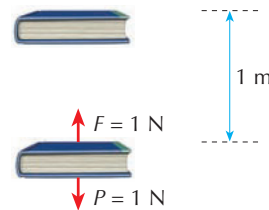


Valores de energia

Uma força de intensidade 1 N equivale ao peso de um corpo de massa 100 g. De fato, de $P = mg$, sendo $m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, temos:

$$P = 0,1 \cdot 10 \Rightarrow P = 1 \text{ N}$$

Imagine que um livro de peso 1 N seja elevado a uma altura de 1 m em movimento uniforme. Significa que a força \vec{F} que ergue o livro tem também intensidade 1 N. O trabalho da força \vec{F} neste deslocamento de 1 m é de 1 J.



Um corpo de massa 100 g, situado a 1 m do solo, possui energia potencial gravitacional de 1 J em relação ao solo. Desprezada a resistência do ar, abandonando-se o corpo, ele atinge o solo com energia cinética de 1 J e velocidade aproximadamente de 4,5 m/s ou 16 km/h.

Um carro de massa 1.000 kg, com velocidade de 10 m/s ou 36 km/h, possui a energia cinética de 50.000 J ou 50 kJ. É a mesma energia cinética que o carro teria, ao atingir o solo, se caísse de uma altura de 5 m. Se sua velocidade fosse de 20 m/s ou 72 km/h, sua energia cinética seria de 200.000 J = 200 kJ, equivalente à energia cinética de uma queda de 20 m de altura. Por isso, bater num muro a 72 km/h pode produzir o mesmo efeito que uma queda de 20 m de altura.

A energia de $3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$ equivale a 1 kWh (quilowatt-hora). Um chuveiro elétrico de potência 3 kW, funcionando durante 20 min, consome uma energia elétrica de 1 kWh. Para consumir a energia elétrica de 1 kWh uma lâmpada de 40 W deveria ficar acesa durante 25 h. Já um ferro elétrico de potência 500 W consome a energia de 1 kWh se ficar ligado durante 2 h.

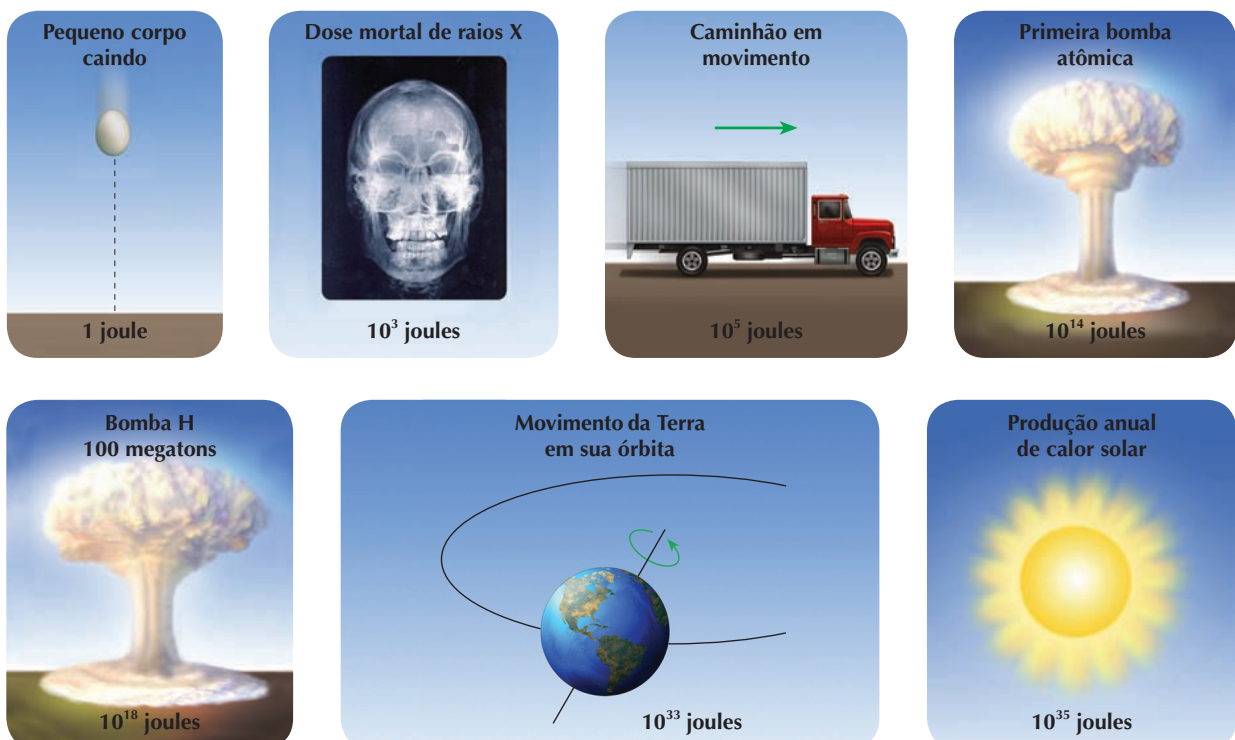
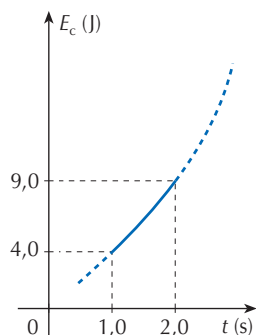
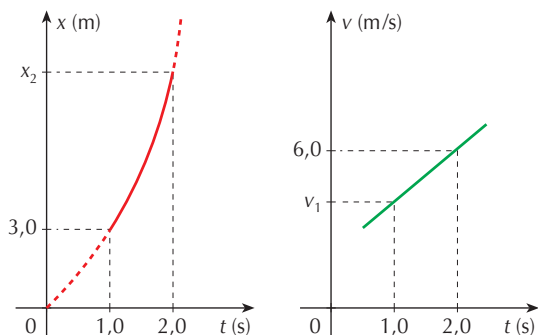


Figura 11. Ordem de grandeza de algumas quantidades de energia.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

P. 359 (UFC-CE) Os gráficos da posição $x(t)$, da velocidade instantânea $v(t)$ e da energia cinética $E_c(t)$, de uma partícula, em função do tempo, são mostrados nas figuras abaixo.



Determine:

- a velocidade da partícula em $t = 1,0$ s;
- a aceleração instantânea da partícula;
- a força resultante que atua na partícula;
- o valor da posição da partícula em $t = 2,0$ s;
- a velocidade média no intervalo de tempo entre $t_1 = 1,0$ s e $t_2 = 2,0$ s.

P. 360 (Fuvest-SP) Um bloco de $1,0$ kg de massa é posto a deslizar sobre uma mesa horizontal com energia cinética inicial de $2,0$ joules (dado: $g = 10$ m/s²). Devido ao atrito entre o bloco e a mesa ele para, após percorrer a distância de $1,0$ m. Pergunta-se:

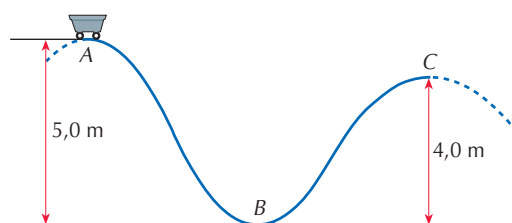
- Qual é o coeficiente de atrito, suposto constante, entre a mesa e o bloco?
- Qual é o trabalho efetuado pela força de atrito?

P. 361 (UFPE) Um pequeno projétil, de massa $m = 60$ g, é lançado da Terra com velocidade de módulo $v_0 = 100$ m/s, formando um ângulo de 30° com a horizontal.

Considere apenas o movimento ascendente do projétil, ou seja, desde o instante do seu lançamento até o instante no qual ele atinge a altura máxima. Calcule o trabalho, em joules, realizado pela gravidade terrestre (força peso) sobre o projétil durante este intervalo de tempo. Despreze a resistência do ar ao longo da trajetória do projétil.

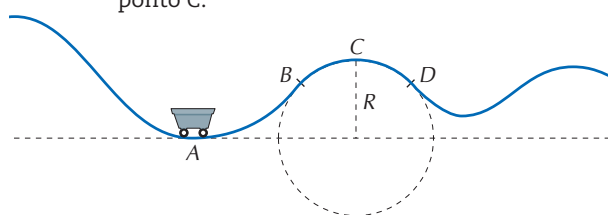
P. 362 (Fuvest-SP) Numa montanha-russa um carrinho de 300 kg de massa é abandonado do repouso de um ponto A, que está a $5,0$ m de altura (dado: $g = 10$ m/s²). Supondo-se que o atrito seja desprezível, pergunta-se:

- o valor da velocidade do carrinho no ponto B;
- a energia cinética do carrinho no ponto C, que está a $4,0$ m de altura.

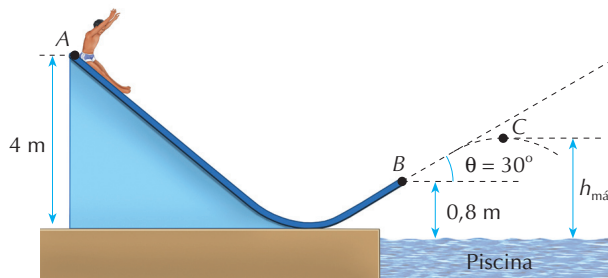


P. 363 (Unicamp-SP) Um carrinho de massa $m = 300$ kg percorre uma montanha-russa cujo trecho BCD é um arco de circunferência de raio $R = 5,4$ m, conforme a figura. A velocidade do carrinho no ponto A é $v_A = 12$ m/s. Considerando $g = 10$ m/s² e desprezando o atrito, calcule:

- a velocidade do carrinho no ponto C;
- a aceleração do carrinho no ponto C;
- a força feita pelos trilhos sobre o carrinho no ponto C.



P. 364 (Ufla-MG) Um parque aquático tem um tobogã, conforme mostra a figura abaixo. Um indivíduo de 60 kg desliza pelo tobogã a partir do ponto A, sendo lançado numa piscina de uma altura de $0,8$ m, ponto B, numa direção que faz ângulo de 30° com a horizontal.

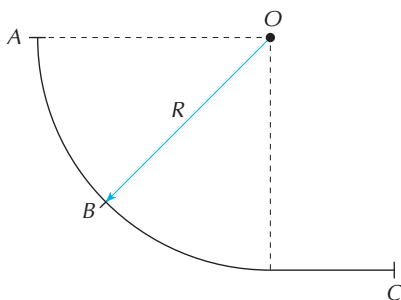


Considerando o atrito desprezível, $g = 10$ m/s² e $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, calcule:

- a velocidade do indivíduo ao deixar o tobogã no ponto B;
- a energia cinética do indivíduo no ponto mais alto da trajetória, ponto C;
- a altura do ponto C, $h_{\text{máx.}}$.



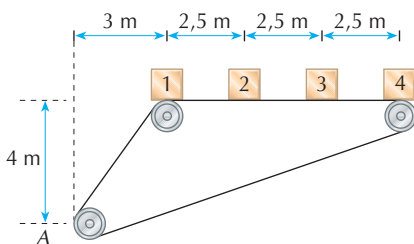
P. 365 (UFF-RJ) A figura abaixo mostra uma rampa de skate constituída de um trecho curvo que corresponde a um quarto de circunferência de raio R , e de um trecho plano horizontal. Os três pontos A, B e C, indicados no esquema abaixo, se encontram localizados, respectivamente, no topo, no meio do trecho curvo e no trecho plano da pista de skate.



Para a análise desse movimento, o jovem, junto com sua prancha de skate, pode ser tratado como uma partícula de massa total M . Admita, também, que os efeitos de forças dissipativas sobre o movimento dessa partícula possam ser ignorados.

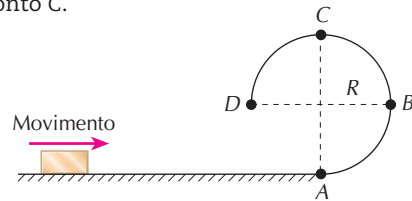
- Indique e identifique, na figura, as forças que atuam sobre a partícula:
 - quando ela se encontra no ponto A;
 - quando ela se encontra no ponto B.
- Obtenha, em função de R , M e g (aceleração da gravidade local):
 - a velocidade da partícula no instante em que ela alcança o ponto C;
 - o módulo da força exercida pela rampa sobre a partícula, quando esta se encontra no ponto B.

P. 366 Quatro corpos, considerados pontos materiais, de massas m iguais, estão sobre uma esteira transportadora que se encontra parada e travada na posição indicada na figura. O corpo 1 está no início da descida e as massas da esteira e dos roletes podem ser consideradas desprezíveis, quando comparadas com as massas dos quatro corpos. Num determinado instante destrava-se o sistema e a esteira começa a movimentar-se, transportando os corpos sem escorregamento. Calcule a velocidade do corpo 1 quando deixar a esteira no ponto A. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

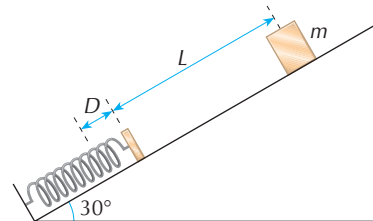


P. 367 (Unirio-RJ) Um bloco de massa $m = 2,0 \text{ kg}$, apresentado no desenho abaixo, desliza sobre um plano horizontal com velocidade de 10 m/s . No ponto A, a superfície passa a ser curva, com raio de curvatura $2,0 \text{ m}$. Suponha que o atrito seja desprezível ao longo de toda a trajetória e que $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine, então:

- a aceleração centrípeta no ponto B;
- a reação da superfície curva sobre o bloco no ponto C.



P. 368 (Covest-PE) Um bloco de massa $m = 100 \text{ g}$, inicialmente em repouso sobre um plano inclinado de 30° , está a uma distância L de uma mola ideal de constante elástica $k = 200 \text{ N/m}$. O bloco é então solto e quando atinge a mola fica preso nela, comprimindo-a até um valor máximo D . Despreze o atrito entre o plano e o bloco. Supondo que $L + D = 0,5 \text{ m}$, qual o valor, em centímetros, da compressão máxima da mola? (Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\text{sen } 30^\circ = 0,50$.)

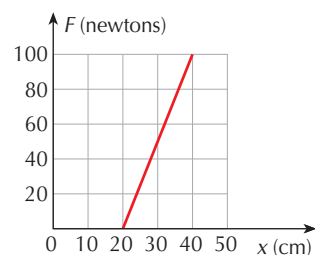


P. 369 (Unicamp-SP) *Bungee jumping* é um esporte radical, muito conhecido hoje em dia, em que uma pessoa salta de uma grande altura, presa a um cabo elástico. Considere o salto de uma pessoa de 80 kg . A velocidade máxima atingida pela pessoa durante a queda livre é de 20 m/s . A partir desse instante, a força elástica do cabo começa a agir. O cabo atinge o dobro de seu comprimento normal quando a pessoa atinge o ponto mais baixo de sua trajetória. Para resolver as questões abaixo, despreze a resistência do ar e considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Calcule o comprimento normal do cabo.
- Determine a constante elástica do cabo.

P. 370 (Fuvest-SP) Uma mola pendurada num suporte apresenta comprimento igual a 20 cm . Na sua extremidade livre dependura-se um balde vazio, cuja massa é $0,50 \text{ kg}$. Em seguida coloca-se água no balde até que o comprimento da mola atinja 40 cm . O gráfico ilustra a força que a mola exerce sobre o balde, em função do seu comprimento. Pede-se:

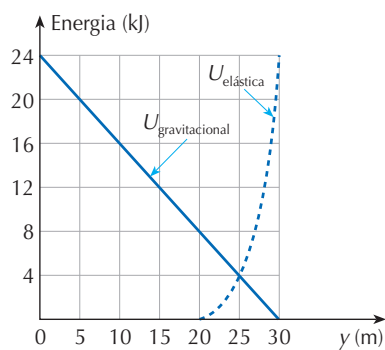
- a massa de água colocada no balde;
- a energia potencial elástica acumulada na mola no final do processo.



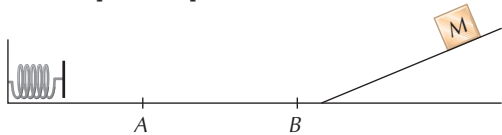
P. 371 (Vunesp) Um praticante de esporte radical, amarrado a uma corda elástica, cai de uma plataforma, a partir do repouso, seguindo uma trajetória vertical. A outra extremidade da corda está presa na plataforma. A figura mostra dois gráficos que foram traçados desprezando-se o atrito do ar em toda a trajetória. O primeiro é o da energia potencial gravitacional, $U_{\text{gravitacional}}$, do praticante em função da distância y entre ele e a plataforma, sendo que o potencial zero foi escolhido em $y = 30$ m. Nesta posição, o praticante atinge o maior afastamento da plataforma, quando sua velocidade se reduz, momentaneamente, a zero. O segundo é o gráfico da energia armazenada na corda, $U_{\text{elástica}}$, em função da distância entre suas extremidades.

Determine:

- o peso P do praticante e o comprimento L_0 da corda, quando não está esticada;
- a constante elástica k da corda.



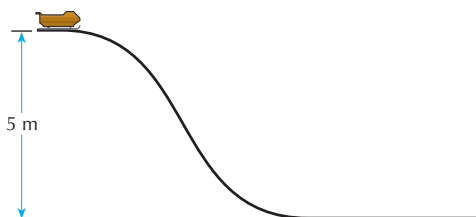
P. 372 (Olimpíada Brasileira de Física) Um corpo de massa M igual a 2 kg é abandonado de uma certa altura de um plano inclinado e atinge uma mola ideal de constante elástica igual a 900 N/m, deformando-a de 10 cm. Entre os pontos A e B, separados 0,50 m, existe atrito cujo coeficiente de atrito vale 0,10. As outras regiões não possuem atrito. A que distância de A o corpo M irá parar?



P. 373 (UFRRJ) Um trenó de massa 50 kg desliza em uma rampa, partindo de uma altura de 5 m em relação à parte plana mostrada na figura. Ele chega à base da rampa com velocidade de 6 m/s.

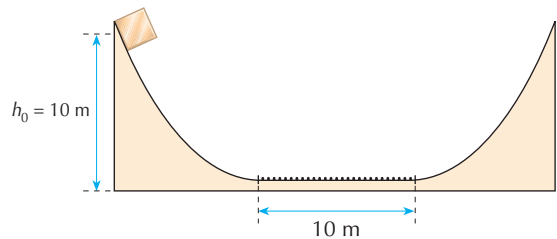
- Qual o trabalho realizado pelo atrito?
- Com que velocidade ele deveria partir da base para atingir o topo da rampa?

(Use $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



P. 374 (Ufla-MG) Um bloco de massa $m = 5 \text{ kg}$ encontra-se numa superfície curva a uma altura $h_0 = 10 \text{ m}$ do chão, como mostra a figura. Na região plana da figura, de comprimento 10 m, existe atrito. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o chão é $\mu = 0,1$. O bloco é solto a partir do repouso. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Indique num diagrama as forças sobre o bloco quando este se encontra na parte curva e na parte plana da trajetória.
- Calcule a altura máxima que o bloco irá atingir quando chegar pela primeira vez à parte curva da direita.
- Quantas vezes o bloco irá passar pelo plano antes de parar definitivamente?



P. 375 (Vunesp) Uma esfera de aço de $3,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$, abandonada de uma altura de 2,0 m, cai sobre uma superfície plana, horizontal, rígida, e volta atingindo a altura máxima de 0,75 m. Despreze a resistência do ar e admita $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Qual é a energia dissipada no choque da esfera contra a superfície?
- Qual deveria ser o valor da velocidade vertical inicial da esfera para que, na volta, ela atingisse a posição inicial?

P. 376 (UFSCar-SP) Num tipo de brinquedo de um parque de diversões, uma pessoa é içada por um cabo de aço até uma determinada altura, estando presa a um segundo cabo. Solta do cabo que a içou, passa a oscilar como um pêndulo simples. Considere uma pessoa de 60 kg que, solta com velocidade nula da altura de 53 m em relação ao solo, passa pelo ponto mais próximo do solo a apenas 2 m e sobe até atingir a altura de 43 m, quando sua velocidade se anula novamente. Nesse percurso completa meia oscilação. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Qual é o valor da energia mecânica dissipada na oscilação da pessoa entre os dois pontos mais afastados do solo, descritos no problema?
- Esse brinquedo permite que até três pessoas realizem o "voo" conjuntamente, presas à extremidade do mesmo cabo de aço. Se, em vez de apenas uma pessoa de 60 kg, fossem três pessoas de 60 kg cada que estivessem oscilando juntas e, considerando desprezível todo tipo de atrito envolvido no movimento, mostre o que ocorreria com a velocidade do grupo de pessoas, no ponto mais próximo ao solo, comparada com a velocidade de uma pessoa sozinha passando por esse mesmo ponto.

TESTES PROPOSTOS

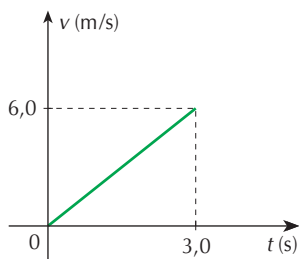
T. 281 (UEL-PR) Numa pista de teste de freios, um boneco é arremessado pela janela de um veículo com a velocidade de 72 km/h.

Assinale, respectivamente, a energia cinética do boneco ao ser arremessado e a altura equivalente de uma queda livre que resulte da energia potencial de mesmo valor.

Considere que o boneco tenha 10 kg e que a aceleração da gravidade seja 10 m/s^2 .

- 1.000 joules e 30 metros
- 2.000 joules e 20 metros
- 2.200 joules e 30 metros
- 2.400 joules e 15 metros
- 4.000 joules e 25 metros

T. 282 (ESPM-SP) Sobre um corpo de massa 4,0 kg, inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal, perfeitamente lisa, é aplicada uma força resultante constante e horizontal. A velocidade do corpo varia de acordo com o gráfico abaixo.



O trabalho realizado pela força resultante no intervalo de tempo representado, em joules, vale:

- 72
- 60
- 48
- 36
- 18

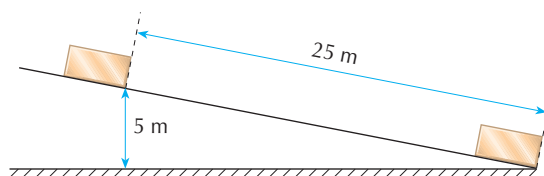
T. 283 (Ufac) Um veículo de 100 toneladas parte do repouso e percorre uma distância de 2.000 m até atingir a velocidade de 360 km/h. A força média que movimentou o veículo tem intensidade:

- $2,5 \cdot 10^5 \text{ N}$
- 2,5 N
- 10^5 N
- $2,5 \cdot 10^8 \text{ N}$
- 10^{12} N

T. 284 (Ufac) Um corpo de 12 kg de massa desliza sobre uma superfície horizontal sem atrito, com velocidade de 10 m/s e passa para uma região onde o coeficiente de atrito cinético é de 0,50. Pergunta-se: qual é o trabalho realizado pela força de atrito após ter o bloco percorrido 5,0 m na região com atrito? E qual é a velocidade do bloco ao final desses 5,0 m? (Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- -300 J e $6\sqrt{5} \text{ m/s}$
- -300 J e $5\sqrt{6} \text{ m/s}$
- -900 J e $6\sqrt{5} \text{ m/s}$
- 900 J e $5\sqrt{6} \text{ m/s}$
- -300 J e $5\sqrt{2} \text{ m/s}$

T. 285 (Fuvest-SP) Um bloco de 2 kg é solto do alto de um plano inclinado, atingindo o plano horizontal com uma velocidade de 5 m/s, conforme ilustra a figura.

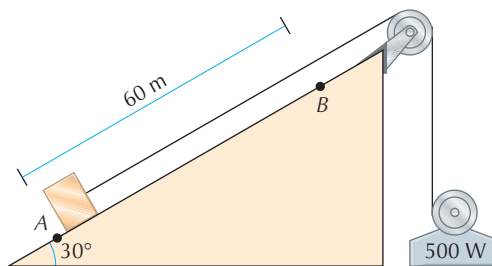


(Use $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

A força de atrito (suposta constante) entre o bloco e o plano inclinado vale:

- 1 N
- 2 N
- 3 N
- 4 N
- 5 N

T. 286 (Olimpíada Brasileira de Física) Para arrastar um corpo de massa 100 kg entre os pontos A e B, distantes 60 m, sobre uma rampa inclinada e mantendo um movimento uniforme, foi utilizado um motor de potência igual a 500 W, consumindo um tempo de 100 s.

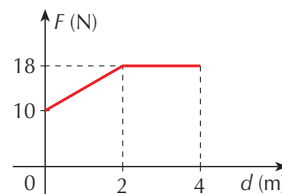


Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , o trabalho em joules, realizado pela força de atrito no transporte do corpo de A para B, é, em módulo, igual a:

- 1×10^4
- 2×10^4
- 3×10^4
- 5×10^4
- 6×10^4

T. 287 (Furg-RS) Um ponto material de massa 2 kg encontra-se em repouso sobre uma superfície plana, horizontal e sem atrito. Em determinado instante, uma força horizontal passa a atuar sobre ele. Essa força mantém sempre a mesma direção. Se o gráfico da figura representa a intensidade dessa força em função da posição d do ponto material, qual é o valor de sua velocidade quando $d = 4 \text{ m}$?

- 8 m/s
- 10 m/s
- 18 m/s
- 64 m/s
- 72 m/s



T. 288 (Ufes) Suponha-se que a energia potencial gravitacional da água possa ser totalmente convertida em energia elétrica e que a meta mensal de consumo de energia elétrica, de uma residência, seja de 100 kWh. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Se a água, de densidade 1.000 kg/m^3 , cai de uma altura de 100 m, o volume de água necessário para gerar essa energia é:

- 3.600 ℓ
- 7.200 ℓ
- 36.000 ℓ
- 72.000 ℓ
- 360.000 ℓ



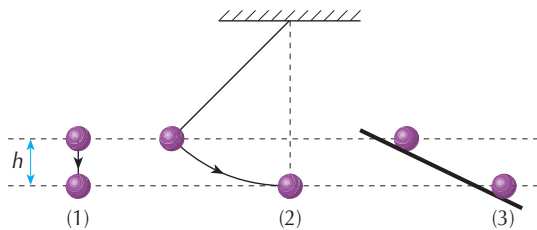


T. 289 (UFMG) Uma atleta de massa m está saltando em uma cama elástica. Ao abandonar a cama com velocidade v_0 , ela atingirá uma altura h . Considere que a energia potencial gravitacional é nula no nível da cama e despreze a resistência do ar. A figura mostra o momento em que a atleta passa, subindo, pela metade da altura h . Nessa posição, a energia mecânica da atleta é:

- a) $mgh + \frac{mv_0^2}{2}$
- b) $\frac{mv_0^2}{2}$
- c) $\frac{mgh}{2}$
- d) $\frac{mgh}{2} + \frac{mv_0^2}{2}$



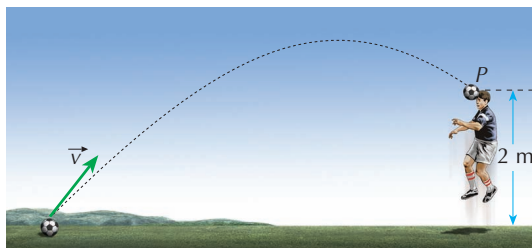
T. 290 (Cesgranrio-RJ) Na figura, três partículas (1, 2 e 3) são abandonadas sem velocidade inicial de um mesmo plano horizontal e caem: a partícula 1, em queda livre; a partícula 2, amarrada a um fio inextensível; e a partícula 3, ao longo de um plano inclinado sem atrito.



A resistência do ar é desprezível nos três casos. Quando passam pelo plano horizontal situado a uma altura h abaixo do plano a partir do qual foram abandonadas, as partículas têm velocidades respectivamente iguais a v_1 , v_2 e v_3 . Assim, pode-se afirmar que:

- a) $v_1 > v_2 > v_3$
- b) $v_1 > v_3 > v_2$
- c) $v_1 = v_2 > v_3$
- d) $v_1 = v_3 > v_2$
- e) $v_1 = v_2 = v_3$

T. 291 (Uerj) Numa partida de futebol, o goleiro bate o tiro de meta e a bola, de massa 0,5 kg, sai do solo com velocidade de módulo igual a 10 m/s, conforme mostra a figura.



No ponto P, a 2 metros do solo, um jogador da defesa adversária cabeceia a bola. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando-se a resistência do ar, a energia cinética da bola no ponto P vale, em joules:

- a) zero
- b) 5
- c) 10
- d) 15
- e) 25

T. 292 (Unemat-MT) Um corpo de massa igual a 10 kg é abandonado de uma altura de 10 m. Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e desde que haja somente forças conservativas atuando no sistema Terra-corpo, analise as afirmações a seguir.

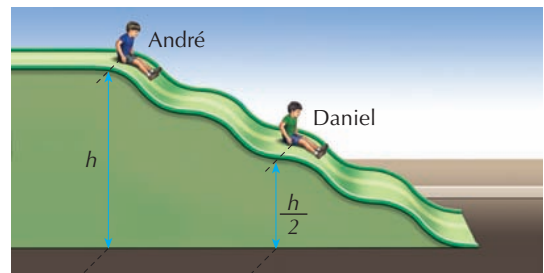
- 01) Ao atingir o solo, o valor da energia cinética do corpo é igual ao valor de sua energia potencial na altura de 10 m e vale 1.000 J.
- 02) O trabalho realizado sobre o corpo, durante a queda, possui o mesmo valor da energia cinética quando o corpo toca o solo.
- 04) A velocidade com que o corpo vai chegar ao solo é de aproximadamente 14,14 m/s.
- 08) Quando o corpo atinge a altura de 5 m, os valores da energia potencial e da energia cinética são os mesmos e iguais a 500 J.
- 16) A velocidade do corpo na altura de 5 m é de 10 m/s.
- 32) A diferença entre a energia potencial quando o corpo está na altura de 10 m e quando está na altura de 5 m é igual ao trabalho realizado sobre o corpo durante a queda até a altura de 5 m.

Dê como resposta a soma dos números que precedem as afirmações corretas.

T. 293 (Mackenzie-SP) Num local onde a aceleração gravitacional é 10 m/s^2 , lança-se um corpo de massa 4,0 kg, verticalmente para cima, com velocidade inicial de 36 km/h. No instante em que a energia cinética desse corpo é igual à sua energia potencial gravitacional em relação ao ponto de lançamento, sua velocidade tem módulo:

- a) 8,6 m/s
- b) 7,1 m/s
- c) 6,7 m/s
- d) 5,4 m/s
- e) 3,8 m/s

T. 294 (UFMG) Daniel e André, seu irmão, estão parados em um tobogã, nas posições mostradas nesta figura:



Daniel tem o dobro do peso de André e a altura em que ele está, em relação ao solo, corresponde à metade da altura em que está seu irmão.

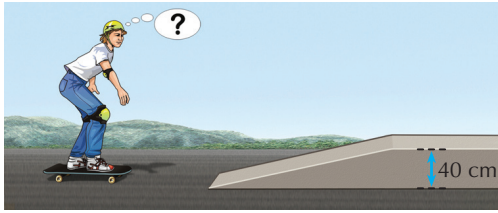
Em um certo instante, os dois começam a descer pelo tobogã.

Despreze as forças de atrito.

É correto afirmar que, nessa situação, ao atingirem o nível do solo, André e Daniel terão:

- a) energias cinéticas diferentes e módulos de velocidade diferentes.
- b) energias cinéticas iguais e módulos de velocidade iguais.
- c) energias cinéticas diferentes e módulos de velocidade iguais.
- d) energias cinéticas iguais e módulos de velocidade diferentes.

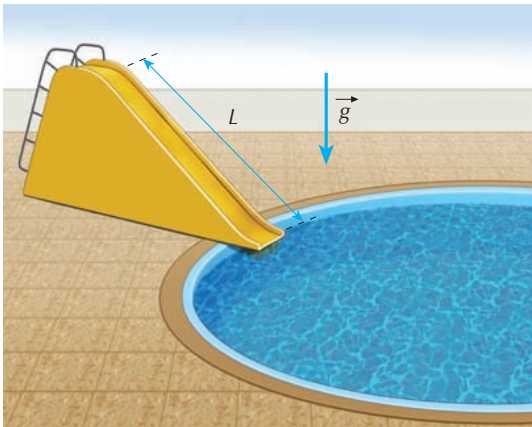
T. 295 (UEPB) A figura abaixo representa um garoto brincando com seu skate. Inicialmente ele se diverte deslocando-se numa calçada plana, horizontal. De repente, encontra um desnível, em forma de rampa (atrito desprezível), com altura máxima de 40 centímetros.



Para que o garoto no seu skate consiga chegar ao topo da rampa com velocidade de 1 m/s, o conjunto (garoto + skate) deve ter velocidade, no início da rampa, igual a:

- a) 3 m/s c) 4 m/s e) 6 m/s
 b) 9 m/s d) 5 m/s
- (Use $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

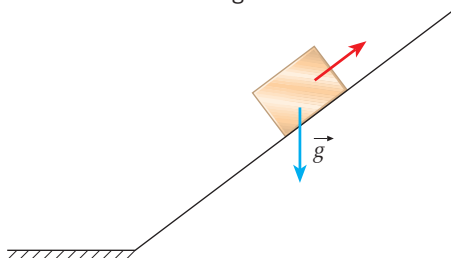
T. 296 (Fuvest-SP) Um jovem escorrega por um tobogã aquático, com uma rampa retilínea, de comprimento L , como na figura, podendo o atrito ser desprezado.



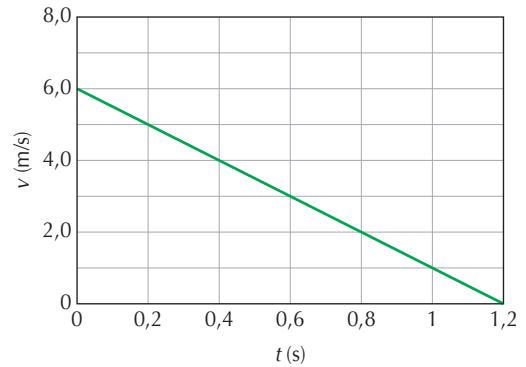
Partindo do alto, sem impulso, ele chega ao final da rampa com uma velocidade de cerca de 6 m/s. Para que essa velocidade passe a ser de 12 m/s, mantendo-se a inclinação da rampa, será necessário que o comprimento dessa rampa passe a ser aproximadamente de:

- a) $\frac{L}{2}$ c) $1,4L$ e) $4L$
 b) L d) $2L$

T. 297 (Vunesp) Um bloco sobe uma rampa deslizando sem atrito, em movimento uniformemente retardado, exclusivamente sob a ação da gravidade, conforme mostrado na figura.



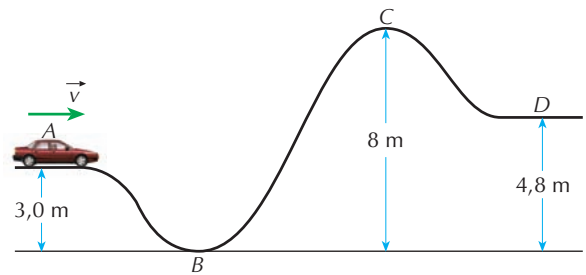
Ele parte do solo no instante $t = 0$ e chega ao ponto mais alto em 1,2 s. O módulo da velocidade em função do tempo é apresentado no gráfico.



Considerando $g = 10,0 \text{ m/s}^2$, a altura em que o bloco se encontrava em $t = 0,4 \text{ s}$ era:

a) 0,5 m c) 1,6 m e) 3,2 m
 b) 1,0 m d) 2,5 m

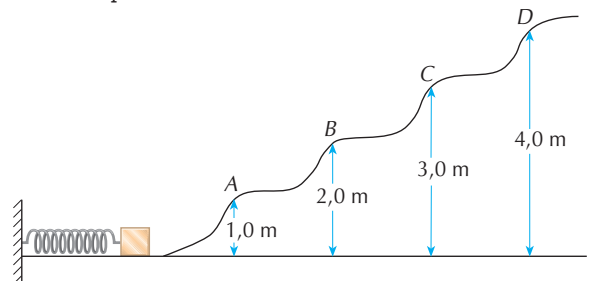
T. 298 (Unesp-BA) Um carrinho percorre a pista, sem atrito, esquematizada abaixo. (Use $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



A mínima velocidade escalar v , em m/s, que o carrinho deve ter em A para conseguir chegar a D deve ser maior que:

- a) 12 c) 8,0 e) 4,0
 b) 10 d) 6,0

T. 299 (PUC-Campinas-SP) Um corpo de massa 0,30 kg é seguro encostado a uma mola de constante elástica 400 N/m, comprimindo-a de 20 cm. Abandonado o sistema, a mola impulsiona o corpo que sobe por uma pista sem atrito.



Se a aceleração local da gravidade é de 10 m/s^2 , pode-se afirmar que o corpo:

- a) retorna de um ponto entre A e B.
 b) retorna de um ponto entre B e C.
 c) retorna de um ponto entre C e D.
 d) retorna de um ponto além de D.
 e) não chega ao ponto A.

