MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Av. Marechal Rondon S/N, Rosa Elze. CEP: 49100-000
(79) 3194-6930/6931 – direcao.codap@gmail.com –

**Professor:** Robson Andrade de Jesus
**Aluno(a):** ____________________________________________
**Turma:** 1° ano do Ensino Médio **Data:** __/__/2020

# NOÇÕES DE CONJUNTOS

A noção de conjuntos é fundamental em Matemática, serve basicamente para expressar todos os conceitos matemáticos. Um **conjunto** pode ser definido, intuitivamente, como uma coleção qualquer de objetos, sempre representado por letras maiúscula de nosso alfabeto. Por exemplo, o conjunto dos estados da região Sudeste pode ser representado por:

$$S = \{São\ Paulo, Rio\ de\ Janeiro, Minas\ Gerais, Espírito\ Santo\}$$

Um conjunto é formado por **elementos**, sempre representado por letras minúsculas de nosso alfabeto. Por exemplo, Rio de Janeiro é um elemento do Conjunto S (Sudeste) no exemplo acima. Dizemos, assim, que o elemento "Rio de Janeiro" pertence ao conjunto S e usamos o símbolo ∈ para descrever essa relação de pertinência. Assim, ainda ano exemplo acima, escrevemos

$$"Rio\ de\ Jeneiro" \in S$$

Caso contrário, quando o elemento não pertence a determinado conjunto, usamos o símbolo ∉ (não pertence).

**Atenção!** Quando escrevemos um conjunto, os seus elementos ou propriedades devem estar entre colchetes.

Por exemplo, considere o conjunto A formado pelas vogais. Podemos então escrever o conjunto da seguinte maneira:

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

Note que:

- $a \in A$ ($a$ pertence ao conjunto $A$);
- $e \in A$ ($e$ pertence ao conjunto $A$);
- $i \in A$ (i pertence ao conjunto $A$);
- $o \in A$ (o pertence ao conjunto $A$);
- $u \in A$ (u pertence ao conjunto $A$);
- O elemento $c$ não pertence ao conjunto $A$ e, por isso, escrevemos $c \notin$ A.

**Questão 1** Considere o $A = \{c, o, d, a, p\}$ e complete as sentenças abaixo com o símbolo de ∈ ou ∉.

a) a _∈_ A
b) b ___ A
c) d ___ A
d) 3 ___ A
e) 1 _∉_ A
f) c ___ A
g) P ___ A
h) o ___ A
i) D ___ A

Mas, como podemos descrever um conjunto? Existem duas maneiras: a primeira é listando seus elementos e a segunda descrevendo a propriedade de seus elementos.

Por exemplo, $P$ é um conjunto formado por números pares de 0 a 10. Vejamos:

$$P = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$$

Mas, podemos descreve-los da seguinte forma:

$$P = \{x \mid x \text{ é } par\ de\ 0\ e\ 10\}$$

Note que usamos o símbolo | (lê-se: Tal que) para separar o elemento de sua propriedade. Assim, podemos ler o conjunto $P$ da seguinte forma: "*P é o conjunto de elementos pares de 0 e 10*".

Generalizando, se for escrever um conjunto $A$ por uma propriedade X qualquer de seus elementos x, escrevemos:

$$A = \{x \mid x\ tem\ a\ propriedade\ X\}$$

**Questão 2** Escreva os elementos de cada um dos conjuntos:

a) A é o conjunto dos números naturais entre 8 e 12 (inclusive);

$$A = \{8, 9, 10, 11, 12\}$$

b) B é o conjunto das vogais do alfabeto;

c) C é o conjunto dos números pares entre 0 e 18 (exclusive);

d) D é o conjunto dos números primos pares positivos;

e) E é o conjunto das frações próprias positivas de denominador 7;

f) F = {x | $x^2 - 1 = 0$};

Note que o conjunto F foi representado por propriedade. Os elementos de F precisam satisfazer a equação $x^2 - 1 = 0$.

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm\sqrt{1}$$

$$x = \pm 1$$

Assim, $F = \{-1, 1\}$.

g) {x | x é letra da palavra ARARA};

h) {x | $x^2 = 9$ e $x - 3 = -6$};

i) {x | x é algarismo de 2 134}.

**Questão 3** Escreva os conjuntos abaixo usando o método das propriedades características:

a) {1, 3, 5, 7, ... , 15};

$$A = \{x \mid x \text{ é } ímpar\ e\ 1 \leq x \leq 15\}$$

b) {1, 7};

c) Conjunto dos números pares entre 5 e 21;

d) Conjunto dos números reais entre −1 e 10, incluindo o −1.

Conjunto unitário: é aquele que possui único elemento. Por exemplo,

$$S = \{3\} \qquad A = \{x\}$$

Conjunto vazio: é aquele que não possui elemento. O símbolo usual com conjunto vazio é $\emptyset$. Por exemplo, o conjunto

$$A = \{x \mid x \text{ é } ímpar\ e\ múltiplo\ de\ 2\}$$

Acontece que todos os números múltiplos de 2 são pares, isto é, não existe um número ímpar múltiplo de 2. Assim, o conjunto $A$ não tem elemento e, com isso, $A = \emptyset$.

Conjunto universo: conjunto que pertence todos os números para determinado assunto. Por exemplo, se procurarmos as soluções reais de uma equação, nosso conjunto universo é $\mathbb{R}$ (conjunto dos números reais); se estamos resolvendo um problema cuja solução vai ser um número inteiro, nosso conjunto universo é $\mathbb{Z}$ (conjunto dos números inteiros).

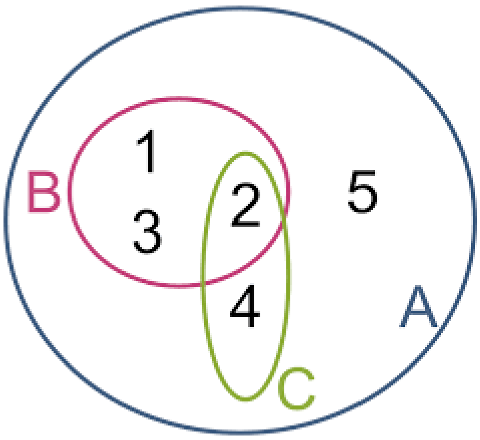
Conjuntos iguais: os conjuntos $A$ e $B$ são iguais quando todo elemento de $A$ pertence a $B$ e todo elemento de $B$ pertence a $A$. Por exemplo, os conjuntos $A = \{1,2,3\}$ é igual ao conjunto $B = \{3,2,1\}$.

Subconjuntos: um conjunto $A$ é subconjunto de um conjunto $B$ se, e somente se, todo elemento de $A$ pertence também a $B$. Para indicar que A é subconjunto de B usamos a notação $A \subset B$.

Por exemplo, o conjunto $A = \{a, b\}$ está contido no conjunto $B = \{a, b, c, d\}$, pois todo elemento de $A$ também é elemento de $B$.
Quando $A \subset B$, também podemos escrever $B \supset A$, que se lê "*B contém A*". Além disso, temos:

- $A \not\subset B$ indicando que o conjunto A não está contido no conjunto B.
- $A \not\supset B$ indicando que o conjunto A não contém o conjunto B.

Observe a ilustração:




https://matika.com.br/conjuntos/subconjuntos-relacao-de-inclusao

Vamos listar os elementos dos conjuntos $A$, $B$ e $C$.

$$A = \{1,2,3,4,5\}$$
$$B = \{1,2,3\}$$
$$C = \{2,4\}$$

Note que:

- $C \subset A$
- $B \subset A$
- $C \not\subset B$
- $A \supset B$
- $A \supset C$

Propriedades de Inclusão: sendo A, B e C conjuntos arbitrários, valem as propriedades abaixo.

1. $\emptyset \subset A$ (o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto);
2. $A \subset A$ (um conjunto está contido nele próprio);
3. Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então $A = B$;
4. Se $A \subset B$ e $B \subset C$, então $A \subset C$.

Conjunto das partes: é o conjunto formado por todos os subconjuntos de um conjunto. Se $A$ é um conjunto, denotamos por $P(A)$ o conjunto das partes de $A$. Por exemplo, considere o conjunto $A = \{1,2,3\}$, vamos listar todos os subconjuntos de $A$:

$$A_1 = \{1\}$$
$$A_2 = \{2\}$$
$$A_3 = \{3\}$$
$$A_4 = \{1,2\}$$
$$A_5 = \{1,3\}$$
$$A_6 = \{2,3\}$$

Mas, não podemos esquecer de dois subconjuntos listados nas propriedades anteriores, são eles: o conjunto vazio $\emptyset$ e o próprio conjunto $A$. Assim, o conjunto das partes de A será:

$$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, A\}$$

Para melhor entendimento, assista o seguinte vídeo:
https://www.youtube.com/watch?v=fSJAzKaB8mc

**Questão 4** Escreva em notação simbólica:

a) $a$ é elemento de $A$ _______
b) $A$ é subconjunto de $B$ ______
c) $A$ contém $B$ _______
d) $A$ não está contido em $B$ ______
e) $A$ não contém $B$ ______
f) $a$ não é elemento de $A$ ______

**Questão 5** Se A = {a, e, i}, diga se as proposições abaixo são corretas ou não:

a) $a \in A$ (  )

b) $a \subset A$ (  )

c) $\{a\} \in A$ (  )

d) $\{a\} \subset A$ (  )

**Questão 6** Construa todos os subconjuntos dos conjuntos:

a) {0, 1, 2} =

b) {a, b, c, d} =

c) {R, O, M, A} =

**Questão 7** Dados os conjuntos A = { x / x é par positivo e menor que 7} e B = { 2, 4, 6 }, assinale V para verdadeiro ou F para falso.

a) $A \subset B$ (  )   b) $B \subset A$ (  )   c) A = B (  )

**Questão 8** Diga se as proposições abaixo são verdadeiras ou falsas:

a) {1, 2, 3} = {3, 2, 1} (  )
b) $\{1, 2, 1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$ (  )
c) $\{4\} \in \{\{4\}\}$ (  )
d) $\varnothing \subset \{1, 2, 3\}$ (  )
e) e) $\{2, 3\} \supset \{x / x^2 - 5x + 6 = 0\}$ (  )
f) $\{B, R, A, S, A\} \subset \{B, R, A, S\}$ (  )

**OPERAÇÃO ENTRE CONJUNTOS**

<u>União de conjuntos</u>: dados dois conjuntos A e B, chama-se união de $A$ e $B$ o conjunto formado pelos elementos que pertencem a $A$ **ou** a $B$. Escrevemos $A \cup B$ para representar o termo "A união B". Assim,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Por exemplo, sejam $A = \{a, b\}$ $e$ $B = \{c, d\}$, então

$$A \cup B = \{a, b, c, d\}$$

<u>Interseção de conjuntos</u>: dados dois conjuntos A e B, chama-se interseção de $A$ e $B$ o conjunto formado pelos elementos que pertencem a $A$ **e** a $B$. Escrevemos $A \cap B$ para representar o termo "A interseção B". Assim,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Por exemplo, sejam $A = \{a, b, c\}$ $e$ $B = \{c, d\}$, então

$$A \cup B = \{c\}$$

<u>Diferença entre conjuntos</u>: dados dois conjuntos $A$ e $B$, chama-se diferença entre $A$ e $B$ o conjunto formado pelos elementos de $A$ que não pertencem a $B$.

$$A - B = \{x | x \in A \text{ e } x \notin \text{B}\}$$

Por exemplo, considere os conjuntos $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{b, c, d, e\}$. Então,

$$A - B = \{a\}$$

$A - B$ é um conjunto unitário, pois somente o elemento a está em $A$ e não está em $B$.

**Questão 9** Sendo U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }; A = { 1, 3, 5, 7, 9}; B = {2, 4, 6, 8} e C = { 1, 2, 3, 5}, Calcule:

a) $A \cup C =$
b) $B \cup C =$
c) $A \cap B =$
d) $A \cap C =$
e) $A - C =$
f) $C - A =$

**Questão 11** (UNESP) Se A = {2, 3, 5, 6, 7, 8}, B = {1, 2, 3, 6, 8} e C = {1, 4, 6, 8}, então:

a) (A – B) ∩ C = {1, 2}
b) (B – A) ∩ C = {1}
c) (A – B) ∩ C = {1}
d) (B – A) ∩ C = {2}
e) n.d.a

**Questão 12** (UFAL) Se A e B são dois conjuntos não vazios tais que:
A ∪ B = {1;2;3;4;5;6;7;8};

A – B = {1;3;6;7};

B – A = {4;8}.
Então A ∩ B é o conjunto:
a) ∅
b) {1;4}
c) {2;5}
d) {6;7;8}
e) {1;3;4;6;7;8}

## CONJUNTOS NUMÉRICOS

Assista a videoaula antes de fazer a leitura resumida dos conjuntos numéricos

https://www.youtube.com/watch?v=WzeA_rdpw_0

- **NÚMEROS NATURAIS:** são usados para quantificar e ordenar os elementos de uma coleção e também como código para identificar pessoas, bem como número de telefones, o RG etc. O conjunto dos números naturais pode ser representado da seguinte maneira:

$$\mathbb{N} = \{ 0,1,2,3,4,5,...\}$$

$$\mathbb{N}^* = \{1,2,3,4,5,...\}$$

- **NÚMEROS INTEIROS:** podem ser positivos ou negativos, são usados para representar ganhos ou perdas, para representar o oposto de um número ou o sentido contrário que se deve dar a uma dada trajetória. O conjunto dos números inteiros pode ser representado assim:

$$\mathbb{Z} = \{...,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,...\}$$

<u>Subconjuntos de $\mathbb{Z}$</u>

Conjunto dos números inteiros não-nulos.

$$\mathbb{Z}^* = \{...,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4,...\}$$

Conjunto dos números inteiros não-negativos.

$$\mathbb{Z} = \{0,1,2, 3,...\}$$

Conjunto dos números inteiros positivos.

$$\mathbb{Z}_+^* = \{1,2,3,...\}$$

Conjunto dos números inteiros não- positivos.

$$\mathbb{Z}_- = \{... ,-3,-2,-1,0\}$$

Conjunto dos números inteiros negativos.

$$\mathbb{Z}_-^* = \{...,-3,-2,-1,\}$$

- **NÚMEROS RACIONAIS:** podem ser representados em forma fracionária ou decimal, são usados em problemas que envolvem as partes de um todo, um quociente, a razão entre dois números inteiros, etc. Chama-se de número racional todo número que pode ser expresso na forma de fração $\frac{p}{q}$, com $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{Z}^*$.

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}^*\right\}$$

Todo número inteiro é racional.
Ex; -2, -5 , 0 ,1 ,2

*Todo número decimal exato é racional.
Ex: 0,5 é racional, pois pode ser colocado na forma 5/10.

*Todo número decimal periódico é racional.
Ex: 0,444=4/9 0,5555=5/9

- **NÚMEROS IRRACIONAIS** ($\mathbb{Q}'$ ou I): Os gregos antigos reconheciam uma espécie de números que não são nem inteiro nem fracionário, posteriormente identificado como irracional.

Ex: busque em uma calculadora o valor de $\sqrt{2}$.

$$\sqrt{2} = 1{,}414213562...$$

Note que ele não tem fim e também não tem um período, isso significa que ele não é racional. Chamamos esses números de Irracionais. Veja outros exemplos:

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{7}, \pi$$

- **NÚMEROS REAIS ($\mathbb{R}$):** de forma mais abrangente a esse universo de conjuntos numéricos, temos o conjunto dos números reais. O conjunto dos números reais é formado pela união dos racionais com os irracionais. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$.

Observe que todo número natural também é número inteiro, que também são racionais. Um número ou é racional ou irracional (nunca sendo os dois ao mesmo tempo). Assim, os números naturais estão contidos nos números inteiros e esses números inteiros estão contidos nos números racionais. Isto é, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ e $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$. Ora, então os números naturais também são números racionais e, com isso, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$. Em resumo,

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

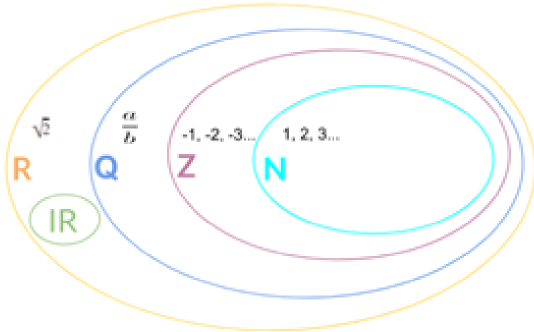
Quando unimos os conjuntos racionais e os irracionais, "construímos" os números reais. Assim,

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$$

Por fim, conseguimos a seguinte cadeia de inclusões:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Olhe a ilustração por diagrama dessas inclusões!




https://geekiegames.geekie.com.br/blog/o-que-sao-conjuntos-numericos/

Assista a videoaula antes de fazer os exercícios abaixo

https://www.youtube.com/watch?v=5tFrK2OFx8A

**Questão 13** Analise cada item abaixo e verifique quais são verdadeiros ou falsos.

a) $3{,}1 \in \mathbb{Q}$
b) $3{,}555 = 3{,}555...$
c) $2 \in \mathbb{R}$
d) $0{,}777... = \dfrac{7}{1000}$
e) $\sqrt[3]{-8} \in \mathbb{Z}$
f) $0{,}222... = \dfrac{2}{9}$
g) $\sqrt{25} = \pm 5$
h) $\sqrt{9} = 3$
i) $0{,}85 \in \mathbb{R}$
j) $-3^2 = 9$
k) $\sqrt{7} \in \mathbb{Q}$
l) $(-3)^2 = 9$
m) $\dfrac{0}{2} \in \mathbb{N}$
n) $7{,}3 \in \mathbb{Q}$
o) $0 \in \mathbb{Q}$
p) $\sqrt{-64} \in \mathbb{R}$
q) $\sqrt{25} \in \mathbb{N}$
r) $3{,}222 \in \mathbb{Q}$
s) $\sqrt[3]{-27} \in \mathbb{N}$
t) $\pi = 3{,}14 \in \mathbb{Z}$

**PROBLEMINHAS**

1) Numa pesquisa sobre preferência de detergentes realizada numa população de 100 pessoas, constatou-se que 62 consomem o produto A; 47 consomem o produto B e 10 pessoas não consomem nem A e nem B. Que parte desta população consome tanto o produto A quanto o produto B?

2) Num teste para verificar o aproveitamento de 100 estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, observou-se o seguinte resultado entre os que conseguiram nota satisfatória em uma só disciplina: Matemática, 18; Física, 20; Química, 22. Em duas das disciplinas: Matemática e Química, 15; Química e Física, 17; Matemática e Física, 9. Nas das três disciplinas avaliadas, 6 alunos. Com estas informações:

a) Faça o diagrama de Venn para a situação;
b) Obtenha o número estudantes gostam de pelo menos duas disciplinas avaliadas.

3) Foi realizada uma pesquisa numa indústria X, tendo sido feitas a seus operários apenas duas perguntas. Dos operários, 92 responderam sim à primeira pergunta, 80 responderam sim à segunda. 35 responderam sim a ambas e 33 responderam não a ambas as perguntas feitas. Qual o número de operários da indústria?

4) Em uma pesquisa realizada, foram encontrados os seguintes resultados: 60% das pessoas entrevistadas fumam a marca A de cigarros; 50% fumam a marca B; 45% fuma a marca C; 20% fumam A e B; 30% fumam A e C; 25% fumam B e C; 8% fumam A,B e C. Que porcentagem das pessoas fumam exatamente duas marcas.

5) Em uma escola, 100 alunos praticam vôlei, 150 futebol, 20 os dois esportes e 110 alunos, nenhum esporte. Calcule o número total de alunos.

6) As marcas de refrigerantes mais consumidas em um bar, num certo dia, foram A, B e C. Os garçons constataram que o consumo se deu de acordo com a tabela a seguir:

| Marcas consumidas | Nº de consumidores |
|---|---|
| A | 150 |
| B | 120 |
| C | 80 |
| A e B | 60 |
| A e C | 20 |
| B e C | 40 |
| A, B e C | 15 |
| Outras | 70 |

Faça um diagrama representativo da situação e responda:

a) Quantos consumidores beberam refrigerante no bar, nesse dia?

b) Dentre os consumidores de A, B e C, quantos beberam apenas duas dessas marcas?

c) Quantos não consumiram a marca C?

d) Quantos não consumiram a marca B nem a marca C?

7) Uma pesquisa realizada com 100 pessoas em uma pizzaria revelou que destas, 70 gostam de pizzas salgadas, 20 gostam de pizzas salgadas e doces. Quantas foram às pessoas que responderam que gostam apenas de pizzas doces? (Dica: Desenhar o diagrama correspondente).

8) Uma pesquisa de mercado foi realizada para verificar a audiência de três programas de televisão, 1200 famílias foram entrevistadas e os resultados obtidos foram os seguintes: 370 famílias assistem ao programa A, 300 ao programa B e 360 ao programa C. Desse total, 100 famílias assistem aos programas A e B, 60 aos programas B e C, 30 aos programas A e C e 20 famílias aos 3 programas.Com base nesses dados, determine:

a) quantas famílias não assistem a nenhum dos 3 programas?

b) quantas famílias assistem ao programa A e não assistem ao programa C?

c) qual o programa de maior fidelidade, ou seja, cujos espectadores assistem somente a esse programa?

9) (ENEM 2004) Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C1, C2 e C3 terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas. Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C1 e C2 terão 10 páginas em comum, C1 e C3 terão 6 páginas em comum; C2 e C3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C1. Nessas condições, o fabricante, para a montagem dos três catálogos, necessitará de quantos originais de impressão?

10) (ENEM 2003) Os acidentes de trânsito, no Brasil, em sua maior parte são causados por erro do motorista. Em boa parte deles, o motivo é o fato de dirigir após o consumo de bebida alcoólica. A ingestão de uma lata de cerveja provoca uma concentração de aproximadamente 0,3 g/L de álcool no sangue. A tabela abaixo mostra os efeitos sobre o corpo humano provocados por bebidas alcoólicas em função de níveis de concentração

| **Concentração de álcool no sangue (g/L)** | **Efeitos** |
|---|---|
| 0,1 – 0,5 | Sem influência aparente, ainda que com alterações clínicas. |
| 0,3 – 1,2 | Euforia suave, sociabilidade acentuada e queda de atenção |
| 0,9 – 2,5 | Excitação, perda de julgamento crítico, queda da sensibilidade e das reações motoras. |
| 1,8 – 3,0 | Confusão mental e perda da coordenação motora. |
| 2,7 – 4,0 | Estupor, apatia, vômitos e desequilíbrio ao andar. |
| 3,5 – 5,0 | Coma e morte possível. |

de álcool no sangue:

Uma pessoa que tenha tomado três latas de cerveja provavelmente apresenta:

A) queda de atenção, de sensibilidade e das reações motoras.

B) aparente normalidade, mas com alterações clínicas.

C) confusão mental e falta de coordenação motora.

D) disfunção digestiva e desequilíbrio ao andar.

E) estupor e risco de parada respiratória.