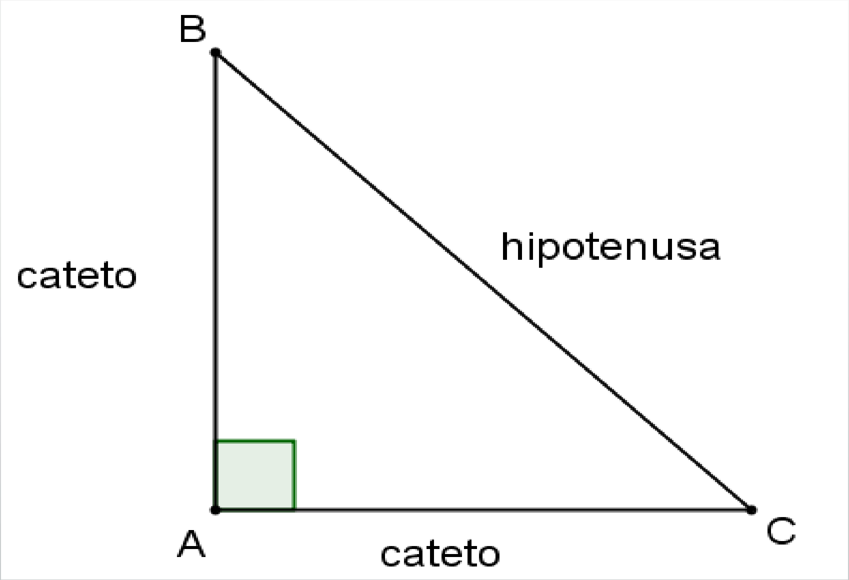
Teorema de Pitágoras e Razões trigonométricas em triângulos retângulos

Prof. Msc. Wagner Santiago de Souza

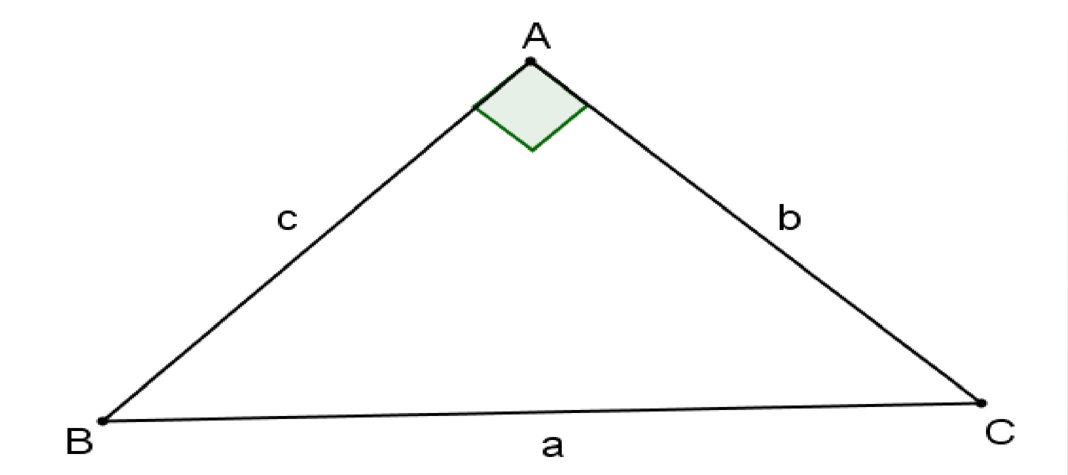
Triângulo Retângulo

Um triângulo retângulo é um triângulo que possui um dos seus ângulos internos medindo 90º. Os lados de um triângulo retângulo recebem o nome de hipotenusa e catetos. A hipotenusa é o lado que fica oposto ao ângulo reto; e os catetos são os outros dois lados. Na Figura abaixo, temos uma ilustração do que acabamos de citar.



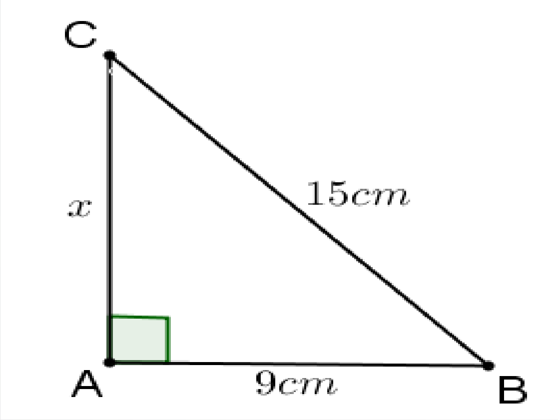
Teorema de Pitágoras

- Em todo triângulo retângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.
- Dado um triângulo retângulo ABC, com hipotenusa medindo a e catetos medindo b e c, como o da Figura abaixo, tem-se que $a^2 = b^2 + c^2$.



Exemplo: Em um triângulo *ABC*, retângulo em *A*, as medidas dos lados *AB* e *BC* são, respectivamente, *9cm* e *15cm*. Qual é a medida do lado *AC*?

Solução:

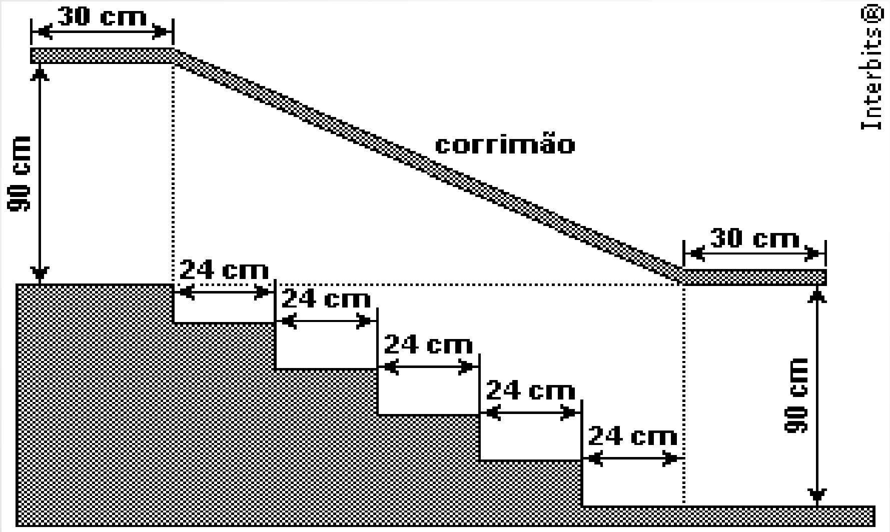


- Utilizando o teorema de Pitágoras, temos:
- $15^2 = x^2 + 9^2 \Rightarrow 225 = x^2 + 81 \Rightarrow 225 - 81 = x^2 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = \pm\sqrt{144} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \pm 12 .$$

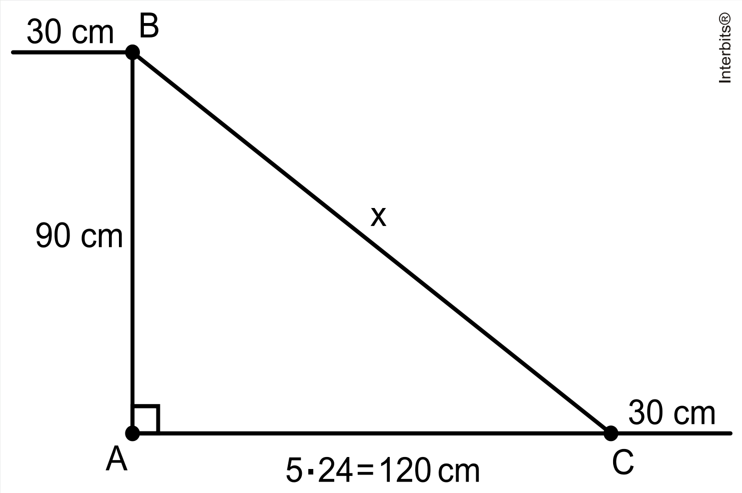
Como se trata de uma medida, a resposta é x = 12.

Exemplo 2: (ENEM 2006, Adaptada)



No projeto acima que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, qual o comprimento total do corrimão?

Solução do Exemplo 2: Observe a figura abaixo



- Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo *ABC*, temos

$$x^2 = 90^2 + 120^2 \Rightarrow x^2 = 8100 + 14400 \Rightarrow x^2 = 22500 \Rightarrow x = \pm\sqrt{22500},$$

- o que implica em $x = \pm 150$.
- Logo *x* = 150 cm e, portanto, o comprimento *C* do corrimão é $C = 150 + 30 + 30 \Rightarrow C = 210cm \Rightarrow C = 2{,}1m$.

Razões trigonométricas em triângulos retângulos

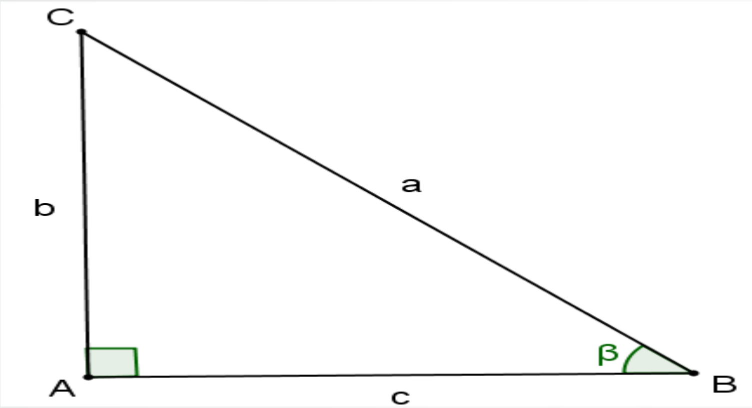
- As principais razões trigonométricas são seno, cosseno e tangente. Essas relações são encontradas a partir das expressões a seguir:

- $seno = \frac{Cateto\ oposto}{Hipotenusa}$

- $cosseno = \frac{Cateto\ adjacente}{Hipotenusa}$

- $Tangente = \frac{Cateto\ oposto}{Cateto\ adjacente}$

Razões trigonométricas em triângulos retângulos



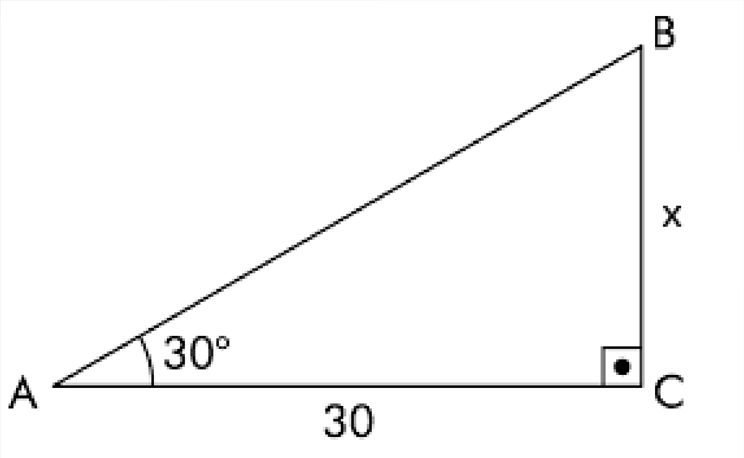
- Na figura acima, temos:
- $sen\,\beta = \frac{b}{a}$ $\qquad \cos\beta = \frac{c}{a}$ $\qquad tg\,\beta = \frac{b}{c}$

Valores Notáveis

- os ângulos de 30°, 45° e 60° são utilizados frequentemente no estudo de trigonometria e são conhecidos por ângulos notáveis. A seguir será exposta uma tabela com os valores de Seno, Cosseno e tangente desses ângulos.

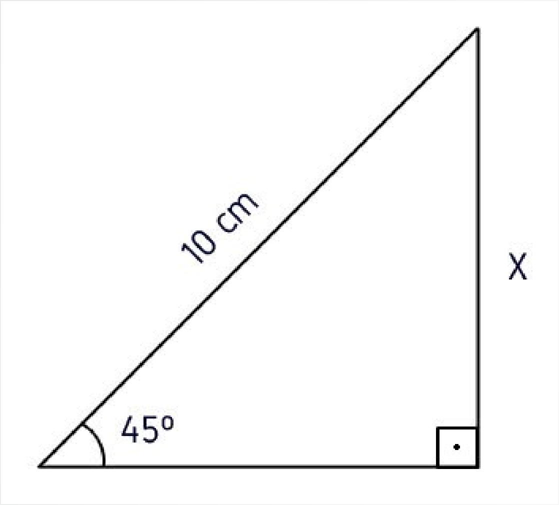
Razões trigonométricas dos ângulos notáveis			
	30°	45°	60°
Sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Exemplo: Determine o valor de x no triângulo abaixo.



- **Solução:** Em relação ao ângulo de 30º, temos o cateto oposto x e o cateto adjacente 30. Desse modo, iremos utilizar a razão tangente para encontrar o valor de x.
- $\text{tg } 30° = \frac{x}{30} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{30} \Rightarrow 3x = 30\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{30\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = 10\sqrt{3}.$

Exemplo 2: Determine o valor de x no triângulo abaixo.



- **Solução:** Em relação ao ângulo de 45º, temos o cateto oposto x e a hipotenusa 10 cm. Desse modo, iremos utilizar a razão seno para encontrar o valor de x.
- $sen\ 45° = \frac{x}{10} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{10} \Rightarrow 2x = 10\sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{10\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 5\sqrt{2}\ cm.$