



## RAZÃO, PROPORÇÃO E REGRAS DE TRÊS

### 1. Razão

- A razão entre dois números **a** e **b**, com  $b \neq 0$ , é o resultado da divisão de **a** por **b**, ou seja,  $\frac{a}{b}$ . A razão entre **a** e **b** também pode ser simbolizada por  $a \div b$  ou  $a : b$ .
- Algumas razões importantes são:
  - ✓ Velocidade média =  $\frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo gasto}}$
  - ✓ Vazão =  $\frac{\text{volume}}{\text{tempo}}$       ✓ Densidade =  $\frac{\text{massa}}{\text{volume}}$
  - ✓ Densidade Demográfica =  $\frac{\text{n}^\circ \text{ de hab. da região}}{\text{área da região}}$
  - ✓ Escala =  $\frac{\text{comprimento do desenho}}{\text{comprimento real}}$
  - ✓ Concorrência =  $\frac{\text{n}^\circ \text{ de candidatos inscritos}}{\text{n}^\circ \text{ de vagas oferecidas}}$

### EXERCÍCIOS DE AULA

01) Em uma turma, a razão entre o número homens e o número de mulheres é  $\frac{3}{5}$ . Nessa turma há 21 homens, o número total de alunos da turma é

- a) 35.    b) 42.    c) 48.    d) 54.    e) 56.

02) (ENEM 2016) Cinco marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão):

- Marca A: 2 g de fibras a cada 50 g de pão;
- Marca B: 5 g de fibras a cada 40 g de pão;
- Marca C: 5 g de fibras a cada 100 g de pão;
- Marca D: 6 g de fibras a cada 90 g de pão;
- Marca E: 7 g de fibras a cada 70 g de pão.

Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras.

Disponível em: [www.blog.saude.gov.br](http://www.blog.saude.gov.br). Acesso em: 25 fev. 2013.

A marca a ser escolhida é

- a) A.    b) B.    c) C.    d) D.    e) E.

### OBSERVAÇÃO

- Um tópico muito frequente entre os problemas de razão são os que envolvem escalas (mapas, desenhos, maquetes, miniaturas). A escala E é a razão entre o comprimento do mapa, ou desenho, ou maquete, ou miniatura (d) e o comprimento real (D).

$$E = \frac{d}{D}$$

03) (IFPE 2012) Nos mapas usados nas aulas de Geografia encontramos um tipo de razão chamada de escala. Uma escala é a relação matemática entre o comprimento ou a distância medida sobre um mapa e a sua medida real na superfície terrestre. Em um mapa encontramos a escala 1: 200.000. Se nesse mapa a distância entre duas cidades é igual a 65 cm, então a distância real, em km, entre as cidades é igual a:

- a) 100    b) 105    c) 110    d) 120    e) 130

### OBSERVAÇÃO

- Uma escala sempre relaciona medidas de comprimento, porém é bastante comum problemas que envolvam relações entre as áreas. Dessa forma, é importante saber que as relações entre as áreas são proporcionais aos quadrados das relações de comprimento. Assim:

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{d}{D}\right)^2$$

### EXERCÍCIO DE AULA

04) A maquete de um condomínio foi construída em uma escala 1 : 80. Nessa maquete, há uma piscina com área igual a 50 cm<sup>2</sup>. A área real dessa piscina no condomínio mede

- a) 50 m<sup>2</sup>.  
b) 40 m<sup>2</sup>.  
c) 32 m<sup>2</sup>.  
d) 25 m<sup>2</sup>.  
e) 20 m<sup>2</sup>.

### OBSERVAÇÃO

- Da mesma forma, existem problemas que envolvem relações entre os volumes. Nesse caso, os volumes são proporcionais aos cubos das relações de comprimento.

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{d}{D}\right)^3$$

### EXERCÍCIO DE AULA

05) A maquete de um armazém de estrutura cúbica foi construída na escala de 1:40. Durante a análise de um engenheiro, foi verificado que a maquete não atendeu às medidas corretas e que o volume da estrutura é 10% maior do que a maquete representa.

Sendo o volume da maquete igual a 200 cm<sup>3</sup>, o volume do armazém é igual a

- a) 16,40 m<sup>3</sup>.  
b) 14,08 m<sup>3</sup>.  
c) 12,36 m<sup>3</sup>.  
d) 11,82 m<sup>3</sup>.  
e) 10,19 m<sup>3</sup>.



2. Proporção

- A proporção é uma igualdade entre duas razões. Representa-se a proporção por  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  (**a** está para **b** assim como **c** está para **d**).
- São duas as propriedades mais importantes da proporção:
  - ✓ Se  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , então  $a \cdot d = b \cdot c$ . (o produto dos extremos é igual ao produto dos meios)
  - ✓  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a \pm c}{b \pm d}$  (a soma dos numeradores é proporcional à soma dos denominadores)

EXERCÍCIOS DE AULA

06) Na proporção  $\frac{x}{5} = \frac{3}{2}$ , o valor de  $x$  é:

- a) 9,0   b) 7,5   c) 6,0   d) 4,5   e) 3,0

07) Três números  $x$ ,  $y$  e  $z$  são tais que  $x + y + z = 30$  e

$$\frac{x}{7} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$$

O valor de  $x$  é

- a) 4   b) 5   c) 6   d) 8   e) 14

3. Grandezas proporcionais

- Dizemos que duas grandezas são **diretamente proporcionais**, quando se uma delas aumenta, a outra aumenta na mesma proporção e, do mesmo modo, se uma delas diminui, a outra diminui na mesma proporção (admitindo todas as demais grandezas constantes).

**Exs:** Preço pago e quantidade de produto adquirido.  
Velocidade e distância; admitindo o tempo constante.  
Quantidade de peças produzidas e nº de funcionários.

OBSERVAÇÃO

Quando duas grandezas são diretamente proporcionais, a divisão entre seus valores é sempre uma constante **k**, chamada de constante de proporcionalidade.

- Dizemos também que duas grandezas são **inversamente proporcionais**, quando se uma delas aumenta, a outra diminui na mesma proporção e, do mesmo modo, se uma delas diminui, a outra aumenta na mesma proporção (admitindo todas as demais grandezas constantes).

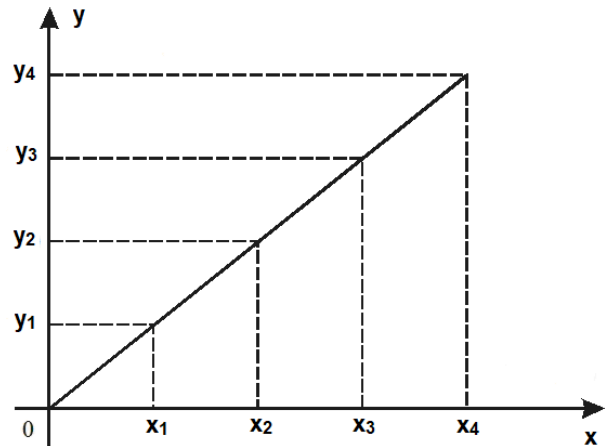
**Exs:** Velocidade e tempo; admitindo a distância constante.  
Prêmio de uma loteria e número de acertadores.  
Operários e tempo para a conclusão de uma obra

OBSERVAÇÃO

Quando duas grandezas são inversamente proporcionais, a multiplicação entre seus valores é sempre uma constante **k**, chamada de constante de proporcionalidade.

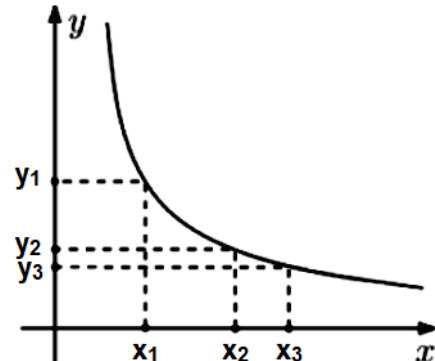
- Duas grandezas diretamente proporcionais relacionam-se através de um gráfico que é uma semirreta com origem na origem do plano cartesiano.

Ex:



- Duas grandezas inversamente proporcionais relacionam-se através de um gráfico que é chamado de **hipérbole**.

Ex:



- Podemos também analisar as relações de proporcionalidade entre duas grandezas se tivermos a expressão matemática que as relaciona. Por exemplo, a expressão:

$$A = \frac{B \cdot C}{D}$$

- ✓ Se uma grandeza estiver isolada em um dos lados da equação, como a grandeza **A** na expressão acima, as grandezas do outro lado são

- diretamente proporcionais a essa grandeza isolada se estiverem no numerador.
- inversamente proporcionais a essa grandeza isolada se estiverem no denominador.



Assim, na expressão anterior:

- A e B são **DIRETAMENTE** proporcionais.
  - A e C são **DIRETAMENTE** proporcionais.
  - A e D são **INVERSAMENTE** proporcionais.
- ✓ Se as duas grandezas que quisermos analisar a proporcionalidade estiverem do mesmo lado, serão
- diretamente proporcionais se estiverem divididas.
  - inversamente proporcionais se estiverem multiplicadas.

Na expressão anterior:

- B e C são **INVERSAMENTE** proporcionais.
- B e D são **DIRETAMENTE** proporcionais.
- C e D são **DIRETAMENTE** proporcionais.

### EXERCÍCIOS DE AULA

**08) Força centrípeta** é a **força** resultante que puxa o corpo para o centro da trajetória em um movimento curvilíneo ou circular. O valor numérico dessa força centrípeta é dado pela expressão

$$F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

onde  $F_{cp}$  é a força centrípeta (medida em Newtons),  $m$  é a massa (medida em quilogramas),  $v$  é a velocidade (medida em metros por segundo) e  $R$  é o raio da curva (medido em metros).

Considere as seguintes afirmações:

- I.  $F_{cp}$  é diretamente proporcional a  $m$ .
- II.  $F_{cp}$  é diretamente proporcional a  $v$ .
- III.  $F_{cp}$  é inversamente proporcional a  $R$ .
- IV.  $m$  é inversamente proporcional a  $R$ .

Dentre essas afirmações

- a) apenas I, II e III estão corretas.
- b) apenas I e III estão corretas.
- c) apenas III e IV estão corretas.
- d) apenas I e II estão corretas.
- e) apenas II, III e IV estão corretas.

**09)** A pressão  $P$  de um gás, medida em atmosferas (atm), é diretamente proporcional a sua temperatura  $T$ , medida em Kelvin (K), e inversamente proporcional ao seu volume  $V$ , medido em  $\text{cm}^3$ . Para relacionar essas três grandezas há uma constante de proporcionalidade  $k$  que depende da natureza do gás.

Em determinado experimento, um gás com uma temperatura de 400 K, ocupava um volume de  $50 \text{ cm}^3$  e possuía uma pressão de 4 atm.

A constante de proporcionalidade  $k$  desse gás é igual a

- a) 2.    b) 1.    c) 1/2.    d) 1/4.    e) 1/8.

### 5. Divisão proporcional

- Há situações em que uma certa quantidade deve ser dividida não de maneira igualitária, mas sim em partes que sejam proporcionais a certos valores. Observe o exemplo resolvido a seguir.

#### EXERCÍCIO RESOLVIDO

Para executar uma reforma em seu apartamento, uma pessoa solicitou os serviços de três pedreiros e combinou o pagamento de R\$ 3,000,00 ao término da obra. Um pedreiro trabalhou na obra por 5 dias, outro trabalhou por 3 dias e o terceiro trabalhou por apenas 2 dias. Quanto cada pedreiro deve receber?

Solução:

Vamos considerar que o pedreiro que trabalhou por 6 dias receba  $6x$  reais, o que trabalhou por 3 dias receba  $3x$  e o que trabalhou apenas 2 dias receba  $2x$  reais. Assim temos:

$$\begin{aligned} 5x + 3x + 2x &= 3000 \\ 10x &= 3000 \\ x &= \frac{3000}{10} \rightarrow x = 300 \end{aligned}$$

Dessa forma, o pedreiro que trabalhou:

6 dias, receberá  $6 \cdot 300 = \text{R\$ } 1800,00$ .

3 dias, receberá  $3 \cdot 300 = \text{R\$ } 900,00$ .

2 dias, receberá  $2 \cdot 300 = \text{R\$ } 600,00$ .

#### EXERCÍCIOS DE AULA

**10)** O prêmio de um programa de auditório, no valor de R\$ 40.000,00 foi dividido de forma diretamente proporcional aos pontos obtidos pelos quatro participantes. O primeiro colocado fez 330 pontos, o segundo 270, já o terceiro e quarto fizeram, 100 pontos, cada um.

A parte do prêmio referente ao participante que fez a maior pontuação foi

- a) R\$ 16.500,00
- b) R\$ 15.000,00
- c) R\$ 16.000,00
- d) R\$ 14.500,00
- e) R\$ 15.500,00

- Em certas situações, a divisão deve ser feita em partes inversamente proporcionais. Observe o exemplo resolvido a seguir.



**EXERCÍCIO RESOLVIDO**

Uma empresa vai distribuir ao final do ano R\$ 3100,00 entre os seus três funcionários mais assíduos, de modo que a divisão seja feita de maneira inversamente proporcional à quantidade de dias que cada funcionário faltou ao longo do ano. Os três funcionários mais assíduos faltaram 2, 3 e 5 dias ao longo do ano.

O funcionário que faltou 2 dias irá receber

- a) R\$ 1800,00.
- b) R\$ 1700,00.
- c) R\$ 1600,00.
- d) R\$ 1500,00.**
- e) R\$ 1400,00.

*Solução:*

Vamos considerar que o funcionário que faltou 2 dias receberá  $x/2$  reais, o que faltou 3 dias receberá  $x/3$  e o que faltou 5 dias receberá  $x/5$  reais. Assim temos:

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} &= 3100 \\ \frac{15x + 10x + 6x}{30} &= 3100 \\ \frac{31x}{30} &= 3100 \\ 31x &= 30 \cdot 3100 \\ x &= \frac{30 \cdot 3100}{31} \rightarrow x = 3000 \end{aligned}$$

Dessa forma, o funcionário que faltou 2 dias receberá:

$$\frac{x}{2} = \frac{3000}{2} = \mathbf{R\$ 1500,00}$$

**6. Regra de três simples**

- Na regra de três simples existem apenas duas grandezas envolvidas e essas grandezas podem ser diretamente (regra de três simples direta) ou inversamente proporcionais (regra de três simples inversa).

**EXERCÍCIOS DE AULA**

**11)** A energia solar é, para muitos estudiosos, a solução mais viável para a independência em relação aos combustíveis fósseis. Entretanto, apesar de ser uma energia que não polui o ar, possui duas grandes desvantagens: é cara e depende de uma ampla área de absorção de raios solares para gerar uma quantidade suficiente de energia.

Uma lancha com motor movido a energia solar possui uma área de absorção de raios solares de  $1,2m^2$  e com isso consegue produzir 400 watts por hora de energia. A empresa que produz a lancha planeja colocar no mercado um novo

modelo que terá a área de absorção de raios solares ampliada para  $1,5m^2$ .

Nesse novo modelo, a energia produzida, em watts por hora será igual

- a) 420    b) 450    c) 480    **d) 500**    e) 540

**12)** Uma organização não governamental (ONG) possui estoque de alimentos suficiente para servir refeições para uma população de 750 moradores de rua durante 25 dias. Devido a um desastre natural, mais 500 pessoas necessitam de ajuda para se alimentar.

Se a quantidade de alimento permanecer a mesma, esse estoque durará por

- a) 20 dias.
- b) 18 dias.
- c) 16 dias.
- d) 15 dias.**
- e) 12 dias.

**7. Regra de três composta**

- Na regra de três composta, há mais de duas grandezas envolvidas na situação.

**EXERCÍCIOS DE AULA**

**13)** Uma pequena gráfica recebeu pela manhã uma encomenda para produzir 1000 panfletos para divulgação de uma festa. Para atender esse pedido, a gráfica colocou em funcionamento as seis impressoras idênticas que possuía e ao final de 40 minutos os panfletos estavam impressos.

Pela tarde, a gráfica recebeu a encomenda para produzir mais 2500 panfletos para divulgação da mesma festa, entretanto, para atender esse pedido, apenas quatro das impressoras estão disponíveis pois as demais estão executando outro serviço.

O tempo necessário para essa nova encomenda ser finalizada é

- a) 1 hora e 30 minutos.                      b) 1 hora e 45 minutos.
- c) 2 horas e 15 minutos.                    **d) 2 horas e 30 minutos.**
- e) 2 horas e 45 minutos.

**14)** Um tanque pode ser enchido por duas torneiras **A** e **B**. Se abrimos somente a torneira **A**, o tanque é enchido em 4 horas. Abrindo somente a torneira **B**, gasta-se 6 horas pra encher.

Se ambas as torneiras forem abertas ao mesmo tempo, o tanque será enchido em

- a) 3,0 horas.
- b) 2,8 horas.
- c) 2,6 horas.
- d) 2,4 horas.**
- e) 2,0 horas.



**EXERCÍCIOS PROPOSTOS**

**01) (UEPB 2014)** A razão entre o peso de uma pessoa na Terra e o seu peso em Netuno é  $\frac{5}{7}$ . Dessa forma, o peso de uma pessoa que na terra pesa 60 kg, em Netuno, está no intervalo

- a) [40 kg; 45 kg]                      d) ]75 kg; 80 kg[  
b) ]45 kg; 50 kg]                      e) [80 kg; 85 kg]  
c) [55 kg; 60 kg]

**02) (UNIFOR 2014)** Em uma padaria, 10 litros de uma mistura de café com leite, em quantidades iguais, são vendidos no café da manhã. Para obter um teor de  $\frac{4}{5}$  de café e  $\frac{1}{5}$  de leite, quantos litros de qual líquido deve-se acrescentar aos 10 litros da mistura?

- a) 10 litros de leite.  
b) 10 litros de café.  
c) 15 litros de leite.  
d) 15 litros de café  
e) 20 litros de café.

**03) (UNIT Maceió 2017)** Após passarem por um tratamento X,  $\frac{3}{7}$  dos portadores de uma enfermidade ficaram curados. Os que continuaram doentes receberam um segundo tratamento Y, e  $\frac{1}{6}$  deles se curou. Ao todo, a fração de enfermos que se curou é igual a

- a)  $\frac{4}{13}$     b)  $\frac{7}{16}$     c)  $\frac{8}{15}$     d)  $\frac{11}{21}$     e)  $\frac{25}{42}$

**04) (UNIT 2016)** Dos pacientes que fazem quimioterapia em uma clínica,  $\frac{2}{5}$  têm câncer do tipo X,  $\frac{1}{3}$  do tipo Y e os demais têm outros tipos de câncer. Se, entre os pacientes com X, a taxa de cura é de 7 em cada 9, entre os com Y é de 2 em cada 5, e entre os demais é de 5 em cada 6, então a taxa geral de cura entre os pacientes dessa clínica é de

- a) 2 em cada 3.  
b) 2 em cada 5.  
c) 3 em cada 4.  
d) 3 em cada 5.  
e) 4 em cada 7.

**05) (UEG 2015)** Renata vai ao supermercado comprar exatamente 1 quilo de determinado produto que é vendido em embalagens de diferentes conteúdos, conforme apresenta a tabela a seguir.

Embalagem	250 gramas	500 gramas	750 gramas
Preço	R\$ 2,70	R\$ 5,10	R\$ 7,40

Renata pagará o menor preço por 1 quilo desse produto se comprar

- a) 4 embalagens de 250gramas.  
b) 2 embalagens de 500 gramas.  
c) 2 embalagens de 250 gramas e 1 de 500 gramas.  
d) 1 embalagem de 750 gramas e 1 de 250 gramas.  
e) 1 embalagem de 750 gramas e 1 de 500 gramas.

**06) (IFAL 2018)** Para proporcionar uma festa de aniversário com 100 convidados, os organizadores previram um consumo de 6000 salgados durante 3 h de duração da festa. A cozinheira, por precaução, fez 2000 salgados a mais, porém compareceram 20 pessoas a mais do previsto. Usando a proporcionalidade e considerando que a previsão esteja correta, por quanto tempo durarão os salgados?

- a) 4h 48 min.  
b) 4h 20 min.  
c) 4h.  
d) 3h 48 min.  
e) 3h 20 min.

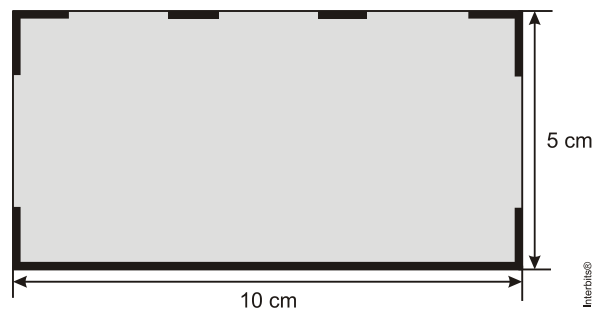
**07) (ESPM 2014)** Durante uma manifestação, os participantes ocuparam uma avenida de 18m de largura numa extensão de 1,5km. Considerando-se uma taxa de ocupação de 1,5 pessoas por  $m^2$ , podemos estimar que o número de participantes dessa manifestação foi de aproximadamente:

- a) 70 mil    b) 60 mil    c) 40 mil    d) 30 mil    e) 50 mil

**08) (ESPM 2013)** O consumo de combustível de um trator de arado, por tempo de trabalho, é de 18 litros por hora. Esse mesmo consumo, por área trabalhada, é de 15 litros por hectare. Podemos estimar que, em 10 horas de trabalho, esse trator poderá arar cerca de

- a) 12 hectares  
b) 15 hectares  
c) 8 hectares  
d) 6 hectares  
e) 10 hectares

**09) (UNESP 2015)** Para divulgar a venda de um galpão retangular de  $5.000 m^2$ , uma imobiliária elaborou um anúncio em que constava a planta simplificada do galpão, em escala, conforme mostra a figura.



O maior lado do galpão mede, em metros,

- a) 200.    b) 25.    c) 50.    d) 80.    e) 100.



**10) (UPF 2017)** No Brasil, os horários reservados à propaganda política de cada período eleitoral são divididos entre os partidos e as coligações que tenham candidato e representação na Câmara dos Deputados.

O TSE, seguindo instruções da lei, tem adotado os seguintes critérios:

- o primeiro terço do tempo (dez minutos) deve ser dividido igualmente entre todos os partidos/coligações com candidatos, inclusive aqueles que não tenham representantes na Câmara dos Deputados;
- os dois terços restantes (20 minutos) ficam reservados exclusivamente para partidos/coligações que possuam representação na Câmara dos Deputados, dividindo-se o tempo de forma proporcional ao número de representantes de cada partido/coligação.

Considere que João, Antônio, Luís e Paulo se candidataram para concorrer a prefeito em um município do Rio Grande do Sul.

O candidato João concorre pelo partido PSDB; o candidato Antônio concorre pela coligação PT e PDT; o candidato Luís, pelo PCdoB; e o candidato Paulo, pela coligação DEM e PSD.

Observe o extrato de tabela abaixo, que apresenta o número de representantes de cada partido na Câmara de Deputados.

Partido	Bancada	Nome do partido
PT	58	Partido dos Trabalhadores
PSDB	50	Partido da Social Democracia Brasileira
PSD	35	Partido Social Democrático
DEM	27	Democratas
PDT	19	Partido Democrático Trabalhista
PCdoB	11	Partido Comunista do Brasil

(Disponível em:

<http://www.camara.leg.br/Internet/Deputado/bancada.a.sp>. Acesso em 10 set. 2016)

Assim, nos dias em que o programa eleitoral exhibe os programas dos candidatos a prefeito, o candidato Paulo disporá de:

- a) 2,5 min b) 6,2 min c) 7,5 min d) 8,7 min e) 16,2 min

**11)** Um pai comprou 276 pacotes de figurinhas do álbum da Copa do Mundo e distribuiu entre seus 3 filhos que possuem 4, 7 e 12 anos de modo que a quantidade recebida por cada filho foi diretamente proporcional à sua idade. Dessa forma, o filho mais novo recebeu

- a) 32 pacotes  
b) 48 pacotes  
c) 54 pacotes  
d) 66 pacotes  
e) 92 pacotes

**12)** Os três jogadores mais disciplinados de um campeonato de futebol amador irão dividir um prêmio de R\$ 1800,00 rateados em partes inversamente proporcionais ao número de faltas cometidas em todo o campeonato. Os jogadores cometeram 3, 4 e 6 faltas. Qual a premiação do jogador que fez menos faltas?

- a) R\$ 1200,00  
b) R\$ 1000,00  
c) R\$ 900,00  
d) R\$ 800,00  
e) R\$ 750,00

**13)** Uma lanchonete vende sucos em dois tamanhos: 300 mL e 500 mL. O copo de 300 mL custa R\$ 2,10, quanto deve custar o copo de 500 mL para que os preços sejam diretamente proporcionais aos volumes de cada copo?

- a) R\$ 3,20 b) R\$ 3,50 c) R\$ 3,80 d) R\$ 3,90 e) R\$ 4,20

**14)** Uma equipe de operários, trabalhando 8 horas por dia, realizará determinada obra em 20 dias. Se o número de horas de serviço for reduzido para apenas 5 horas por dia, em que prazo essa equipe fará o mesmo trabalho?

- a) 15 dias b) 20 dias c) 28 dias d) 32 dias e) 40 dias

**15) (UNIT Maceió 2017)** Uma família de 8 pessoas consome 5kg de verduras em 3 dias. Tendo viajado duas pessoas dessa família, o consumo de verduras foi alterado de modo que são consumidos x kg, em 12 dias. O valor de x é igual a

- a) 27 b) 24 c) 21 d) 18 e) 15

**16)** Um texto ocupa 6 páginas com 45 linhas cada uma e, cada linha tem 80 letras (ou espaços). Para torná-lo mais legível, a fonte do texto foi alterada e, com isso, o número de linhas por página reduziu para 30 e o número de letras (ou espaços) em cada linha foi reduzido para 40. Após as mudanças, o texto passará a ocupar

- a) 24 páginas.  
b) 18 páginas.  
c) 16 páginas.  
d) 15 páginas.  
e) 12 páginas.

**17)** Numa obra de duplicação de uma rodovia, um engenheiro prometeu entregar um trecho de 12 km da estrada em 120 dias, para isso contratou 30 homens e os colocou para trabalhar 8 horas por dia. Suponha que seja possível entregar a obra nesse prazo. 48 dias após o início das obras, 6 homens foram afastados do trabalho, e os restantes deverão concluir a obra trabalhando 10 horas por dia. Se o trabalho for realizado no mesmo ritmo, pode-se concluir que a obra

- a) será entregue 3 dias antes do prometido.  
b) será entregue 2 dias antes do prometido.  
c) será entregue no prazo prometido.  
d) será entregue 2 dias após o prometido.  
e) será entregue 3 dias após o prometido.



- 18) Uma jovem estudante do ensino fundamental encontrou em seu livro de matemática o seguinte problema: “Uma máquina fabricou 3200 parafusos, trabalhando 12 horas por dia, durante 8 dias. Quantas horas deverá trabalhar por dia para fabricar 5000 parafusos em 15 dias?”

Na tentativa de resolver o problema, pensou na proporcionalidade das grandezas envolvidas e chegou corretamente à seguinte conclusão:

- a) O número de horas por dia a serem trabalhadas é diretamente proporcional ao número de dias trabalhados.  
 b) O número de dias trabalhados é inversamente proporcional ao número de parafusos produzidos e diretamente proporcional ao número de horas por dia.  
 c) O número de parafusos produzidos é diretamente proporcional ao número de horas diárias de trabalho e ao número de dias trabalhados.  
 d) O número de dias trabalhados é diretamente proporcional ao número de horas por dia e ao número de parafusos.  
 e) O número de horas por dia a serem trabalhadas é inversamente proporcional ao número de parafusos e ao número de dias trabalhados.

- 19) (UNIPÊ 2017) Um barco a vela utiliza a energia dos ventos para se deslocar na água. Se a pressão do vento sobre a vela desse barco é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do vento e igual a  $3\text{kgf/m}^2$  quando a velocidade do vento é de  $18\text{km/h}$ , então, quando a velocidade do vento for igual a  $54\text{km/h}$ , a pressão será igual, em  $\text{kgf/m}^2$ , a

- a) 6. b) 9. c) 12. d) 18. e) 27.

- 20) (UNIPÊ 2017) Com o surto de gripe H1N1 assolando o país, sobretudo em algumas regiões, ainda que houvesse campanhas de vacinação, fez-se necessário que os médicos, principalmente os pneumologistas, ampliassem em 20% o tempo de atendimento diário aos pacientes, bem como a duração média de cada atendimento em 60%. Nessas condições, é correto afirmar que o número de atendimentos por dia deverá

- a) aumentar 25%.  
 b) aumentar 15%.  
 c) diminuir 15%.  
 d) diminuir 20%.  
 e) diminuir 25%.

- 21) (UNIFOR 2014) Uma torneira  $T_1$  enche um tanque de volume  $V$  em 6 horas. A torneira  $T_2$  enche o mesmo tanque em 8 horas, e a torneira esvazia esse mesmo tanque em 4 horas. Se o tanque está vazio e todas as torneiras foram abertas ao mesmo tempo, o percentual do volume do tanque em 6 horas é de:

- a) 25%  
 b) 30%  
 c) 45%  
 d) 60%  
 e) 65%

**EXERCÍCIOS ENEM**

- 01)(ENEM (Libras) 2017) Um andarilho subiu uma montanha por uma trilha sinuosa. Essa trilha possui 100 metros de trechos íngremes e 1.400 metros de trechos suaves. Um escalador subiu essa mesma montanha por uma via de escalada vertical de 400 metros e uma trilha de trecho suave de 100 metros.

A razão entre a distância de subida da montanha do escalador em relação à do andarilho é

- a)  $\frac{1}{15}$  b)  $\frac{1}{4}$  c)  $\frac{1}{3}$  d) 3 e) 14

- 02)(ENEM 2017) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

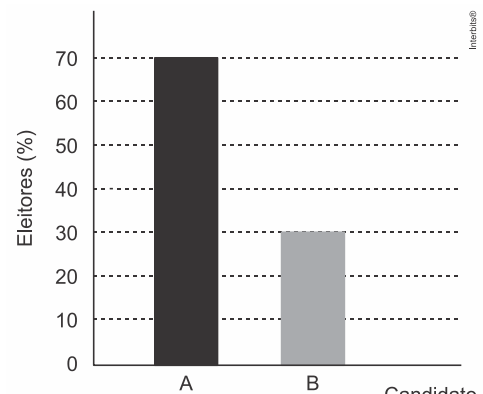


Gráfico 1

Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.

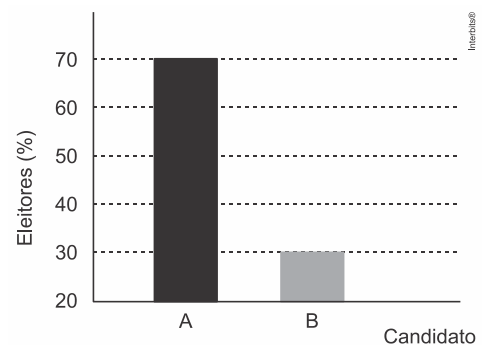


Gráfico 2

Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é

- a) 0 b)  $\frac{1}{2}$  c)  $\frac{1}{5}$  d)  $\frac{2}{15}$  e)  $\frac{8}{35}$



**03)(ENEM PPL 2017)** No próximo fim de semana, uma pessoa receberá visitas em sua casa, precisando, portanto, comprar refrigerante. Para isso, ela fez a pesquisa de preços em dois supermercados e montou esta tabela.

Volume da garrafa PET (L)	Preço no Supermercado A (R\$)	Preço no Supermercado B (R\$)
0,5	2,10	2,00
1,5	2,70	3,00
2,0	4,20	3,20
2,5	6,00	4,70
3,0	6,90	5,00

Ela pretende comprar apenas garrafas que tenham a mesma capacidade.

Independentemente de em qual supermercado essa pessoa fará a compra, a fim de ter o menor custo, ela deverá adquirir garrafas com que capacidade?

- a) 500 mL
- b) 1,5 L
- c) 2,0 L
- d) 2,5 L
- e) 3,0 L

**04)(ENEM (Libras) 2017)** Um jogo de boliche consiste em arremessar uma bola sobre uma pista com o objetivo de atingir e derrubar o maior número de pinos. Para escolher um dentre cinco jogadores para completar sua equipe, um técnico calcula, para cada jogador, a razão entre o número de arremessos em que ele derrubou todos os pinos e o total de arremessos efetuados por esse jogador. O técnico escolherá o jogador que obtiver a maior razão. O desempenho dos jogadores está no quadro.

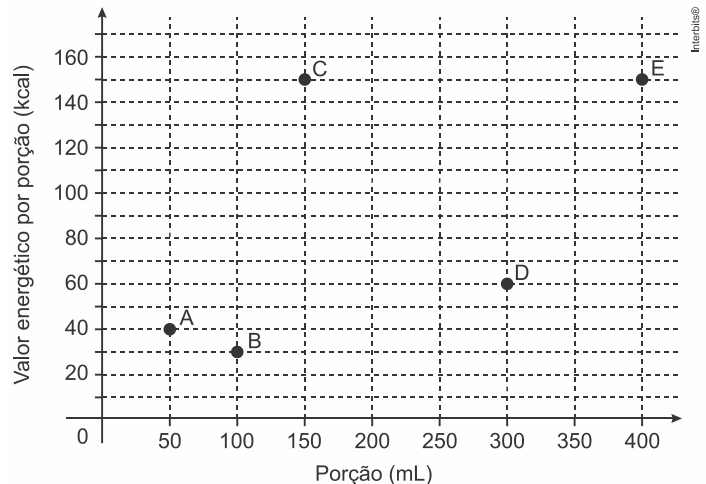
Jogador	Nº de arremessos em que derrubou todos os pinos	Nº total de arremessos
I	50	85
II	40	65
III	20	65
IV	30	40
V	48	90

Deve ser escolhido o jogador

- a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

**05)(ENEM (Libras) 2017)** Atualmente, muitas pessoas procuram realizar uma dieta mais saudável. Um dos principais objetivos é a redução do consumo calórico.

O gráfico fornece o valor energético, em kcal, em função do volume da porção, em mL, para cinco diferentes tipos de bebidas: A, B, C, D e E.



Entre esses cinco tipos de bebidas, qual deles deve ser escolhido por uma pessoa que deseja reduzir o seu consumo calórico?

- a) A b) B c) C d) D e) E

**06)(ENEM (Libras) 2017)** Uma indústria utiliza um índice de desempenho para as suas máquinas que é diretamente proporcional à quantidade total de peças produzidas e inversamente proporcional ao quadrado da quantidade de peças defeituosas produzidas. Em um semestre, cinco máquinas produziam a mesma quantidade  $T$  de peças, sendo  $D$  delas defeituosas. No semestre seguinte, houve uma alteração na quantidade total de peças produzidas por cada máquina e também na quantidade de peças defeituosas, de acordo com o quadro.

Máquinas	Total de peças	Peças defeituosas
I	$1,07 T$	$1,07 D$
II	$1,4 T$	$0,7 D$
III	$0,7 T$	$1,4 D$
IV	$1,07 T$	$(1,07)^2 D$
V	$(1,07)^2 T$	$1,07 D$

A máquina que manteve o mesmo índice de desempenho do semestre anterior foi a

- a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

**07)(ENEM PPL 2017)** Uma equipe de ambientalistas apresentou um mapa de uma reserva ambiental em que faltava a especificação da escala utilizada para a sua confecção. O problema foi resolvido, pois um dos integrantes da equipe lembrava-se de que a distância real de 72 km, percorrida na reserva, equivalia a 3,6 cm no mapa.

Qual foi a escala utilizada na confecção do mapa?

- a) 1: 20                      b) 1: 2.000                      c) 1: 20.000
- d) 1: 200.000                      e) 1: 2.000.000





**08)(ENEM (Libras) 2017)** Uma competição automobilística prevê a realização de uma viagem entre as cidades X e Y, com uma parada na cidade intermediária Z, onde os competidores passarão a noite. O navegador de uma equipe decide fazer um mapa contendo uma rota que passa por essas três cidades. Nesse mapa é utilizada uma escala tal que a distância entre as cidades X e Z é de 12 centímetros, e a distância entre as cidades Z e Y é de 18 centímetros. Sabe-se que a distância real de X a Y é de 870 quilômetros, e que as três cidades são representadas, no mapa, ao longo de uma mesma linha reta.

A distância de X a Z, em quilômetros, é igual a

- a) 290. b) 348. c) 435. d) 522. e) 580.

**09)(ENEM PPL 2017)** No centro de uma praça será construída uma estátua que ocupará um terreno quadrado com área de 9 metros quadrados. O executor da obra percebeu que a escala do desenho na planta baixa do projeto é de 1 : 25.

Na planta baixa, a área da figura que representa esse terreno, em centímetro quadrado, é

- a) 144.  
b) 225.  
c) 3.600.  
d) 7.500.  
e) 32.400.

**10)(ENEM (Libras) 2017)** Uma padaria fabrica biscoitos que são embalados em pacotes com dez unidades, e cada pacote pesa 85 gramas. Na informação ao consumidor lê-se: "A cada 15 gramas do biscoito correspondem 90 quilocalorias".

Quantas quilocalorias tem um desses biscoitos?

- a) 6  
b) 14  
c) 51  
d) 60  
e) 510

**11)(ENEM PPL 2017)** Um motorista de um carro flex (bi-combustível) calcula que, abastecido com 45 litros de gasolina ou com 60 litros de etanol, o carro percorre a mesma distância.

Chamando de  $x$  o valor do litro de gasolina e de  $y$  o valor do litro de etanol, a situação em que abastecer com gasolina é economicamente mais vantajosa do que abastecer com etanol é expressa por

- a)  $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$  b)  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$  c)  $\frac{x}{y} > \frac{4}{3}$  d)  $\frac{x}{y} > \frac{3}{4}$  e)  $\frac{x}{y} < \frac{4}{3}$

**12) (ENEM PPL 2016)** Um motorista partiu da cidade A em direção à cidade B por meio de uma rodovia retilínea localizada em uma planície. Lá chegando, ele percebeu que a distância percorrida nesse trecho foi de 25 km. Ao consultar um mapa com o auxílio de uma régua, ele verificou que a distância entre essas duas cidades, nesse mapa, era de 5 cm.

A escala desse mapa é

- a) 1 : 5.  
b) 1 : 1000.  
c) 1 : 5000.  
d) 1 : 100000.  
e) 1 : 500000.

**13) (ENEM 2013)** Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfego dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas se deteriora com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes. Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar, no máximo, 1500 telhas ou 1200 tijolos.

Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?

- a) 300 tijolos  
b) 360 tijolos  
c) 400 tijolos  
d) 480 tijolos  
e) 600 tijolos

**14)(ENEM 2017)** A mensagem digitada no celular, enquanto você dirige, tira a sua atenção e, por isso, deve ser evitada. Pesquisas mostram que um motorista que dirige um carro a uma velocidade constante percorre "às cegas" (isto é, sem ter visão da pista) uma distância proporcional ao tempo gasto a olhar para o celular durante a digitação da mensagem. Considere que isso de fato aconteça. Suponha que dois motoristas (X e Y) dirijam com a mesma velocidade constante e digitam a mesma mensagem em seus celulares. Suponha, ainda, que o tempo gasto pelo motorista X olhando para seu celular enquanto digita a mensagem corresponde a 25% do tempo gasto pelo motorista Y para executar a mesma tarefa.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 21 jul. 2012 (adaptado).

A razão entre as distâncias percorridas às cegas por X e Y, nessa ordem, é igual a

- a)  $\frac{5}{4}$  b)  $\frac{1}{4}$  c)  $\frac{4}{3}$  d)  $\frac{4}{1}$  e)  $\frac{3}{4}$



**15)(ENEM PPL 2017)** O estado de qualquer substância gasosa é determinada pela medida de três grandezas: o volume ( $V$ ), a pressão ( $P$ ) e a temperatura ( $T$ ) dessa substância. Para os chamados gases “ideais”, o valor do quociente  $\frac{P \cdot V}{T}$  é sempre constante. Considere um reservatório que está cheio de um gás ideal. Sem vaziar o gás, realiza-se uma compressão do reservatório, reduzindo seu volume à metade. Ao mesmo tempo, uma fonte de calor faz a temperatura do gás ser quadruplicada. Considere  $P_0$  e  $P_1$  respectivamente, os valores da pressão do gás no reservatório, antes e depois do procedimento descrito.

A relação entre  $P_0$  e  $P_1$  é

- a)  $P_1 = \frac{P_0}{8}$       b)  $P_1 = \frac{P_0}{2}$       c)  $P_1 = P_0$   
d)  $P_1 = 2P_0$       e)  $P_1 = 8P_0$

**16)(ENEM (Libras) 2017)** Para a construção de um edifício, o engenheiro responsável decidiu utilizar um novo elevador de carga, com o objetivo de transportar as lajotas do solo até o andar superior com maior eficiência. Testaram-se dois modelos de elevadores: o primeiro carrega 40 peças de lajotas por vez e demora 15 minutos para ir ao topo e retornar ao solo; o segundo carrega 60 peças de lajotas por vez e demora 21 minutos para percorrer o mesmo trajeto. O engenheiro decide verificar quanto tempo o primeiro demora para carregar 280 lajotas até o topo e voltar. Em seguida, decide calcular a quantidade máxima de lajotas que o segundo elevador carregaria nesse mesmo tempo.

Nessas condições, a quantidade máxima de lajotas que o segundo elevador pode carregar é

- a) 133.    b) 261.    c) 300.    d) 392.    e) 588.

**17) (ENEM 2016)** O LIRAA, Levantamento Rápido do Índice de Infestação por *Aedes aegypti*, consiste num mapeamento da infestação do mosquito *Aedes aegypti*. O LIRAA é dado pelo percentual do número de imóveis com focos do mosquito, entre os escolhidos de uma região em avaliação.

O serviço de vigilância sanitária de um município, no mês de outubro do ano corrente, analisou o LIRAA de cinco bairros que apresentaram o maior índice de infestação no ano anterior. Os dados obtidos para cada bairro foram:

- I. 14 imóveis com focos de mosquito em 400 imóveis no bairro;  
II. 6 imóveis com focos de mosquito em 500 imóveis no bairro;  
III. 13 imóveis com focos de mosquito em 520 imóveis no bairro;  
IV. 9 imóveis com focos de mosquito em 360 imóveis no bairro;  
V. 15 imóveis com focos de mosquito em 500 imóveis no bairro.

O setor de dedetização do município definiu que o direcionamento das ações de controle iniciarão pelo bairro que apresentou o maior índice do LIRAA.

As ações de controle iniciarão pelo bairro

- a) I.    b) II.    c) III.    d) IV.    e) V.

**18)(ENEM PPL 2016)** Em 20 de abril de 2010 ocorreu a explosão e afundamento de uma plataforma de petróleo semissubmersível, no Golfo do México. O acidente ocasionou um dos maiores desastres ecológicos mundiais, devido ao derrame de 780.000 m<sup>3</sup> de óleo cru no mar, por um período de 87 dias, entre abril e julho de 2010. Finalizado o vazamento, parte do óleo vazado começou a ser queimado, diretamente, enquanto que outra parte foi removida por coleta, através de barcos filtradores. As duas técnicas juntas retiravam, aproximadamente, 480 m<sup>3</sup> de óleo por dia. Durante todo o período de remoção foram retirados, no total, apenas 66.705 m<sup>3</sup> de óleo. Por recomendação de ambientalistas, a retirada total de óleo não deveria ultrapassar 300 dias.

Disponível em: [www.popularmechanics.com](http://www.popularmechanics.com). Acesso em: 26 fev. 2013 (adaptado).

Para que todo o óleo derramado no Golfo pudesse ter sido retirado dentro do prazo recomendado pelos ambientalistas, qual deveria ter sido a taxa mínima de remoção de óleo, em metro cúbico/dia?

- a) 1.625    b) 2.600    c) 3.508    d) 5.613    e) 8.966

**19)(ENEM 2017)** Para uma temporada das corridas de Fórmula 1, a capacidade do tanque de combustível de cada carro passou a ser de 100 kg de gasolina. Uma equipe optou por utilizar uma gasolina com densidade de 750 gramas por litro, iniciando a corrida com o tanque cheio. Na primeira parada de reabastecimento, um carro dessa equipe apresentou um registro em seu computador de bordo acusando o consumo de quatro décimos da gasolina originalmente existente no tanque. Para minimizar o peso desse carro e garantir o término da corrida, a equipe de apoio reabasteceu o carro com a terça parte do que restou no tanque na chegada ao reabastecimento.

Disponível em: [www.superdanilof1page.com.br](http://www.superdanilof1page.com.br). Acesso em: 6 jul. 2015 (adaptado).

A quantidade de gasolina utilizada, em litro, no reabastecimento, foi

- a)  $\frac{20}{0,075}$       b)  $\frac{20}{0,75}$       c)  $\frac{20}{7,5}$   
d)  $20 \times 0,075$       e)  $20 \times 0,75$



**20)(ENEM PPL 2017)** Uma televisão pode ser posicionada de modo que se consiga enxergar os detalhes de uma imagem em alta definição. Considere que a distância ideal, com conforto visual, para se assistir à televisão de 32 polegadas é de 1,8 metros. Suponha que haja uma relação de proporcionalidade direta entre o tamanho da tela (medido em polegada) e a distância ideal. Considere que um espectador dispõe de uma televisão de 60 polegadas e que ele deseja se posicionar em frente a ela, com conforto visual.

A distância da televisão, em metro, em que o espectador deve se posicionar para que tenha conforto visual é mais próxima de

- a) 0,33. b) 0,96. c) 1,57. d) 3,37. e) 3,60.

**21)(ENEM 2017)** Em um teleférico turístico, bondinhos saem de estações ao nível do mar e do topo de uma montanha. A travessia dura 1,5 minuto e ambos os bondinhos se deslocam à mesma velocidade. Quarenta segundos após o bondinho A partir da estação ao nível do mar, ele cruza com o bondinho B, que havia saído do topo da montanha.

Quantos segundos após a partida do bondinho B partiu o bondinho A?

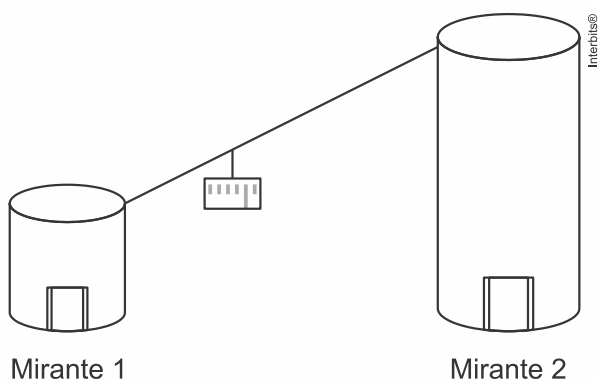
- a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 25

**22) (ENEM 2017)** Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1: 400, e que seu volume é de 25 cm<sup>3</sup>.

O volume do monumento original, em metro cúbico, é de

- a) 100. b) 400. c) 1.600. d) 6.250. e) 10.000.

**23)(ENEM 2017)** Em um parque há dois mirantes de alturas distintas que são acessados por elevador panorâmico. O topo do mirante 1 é acessado pelo elevador 1, enquanto que o topo do mirante 2 é acessado pelo elevador 2. Eles encontram-se a uma distância possível de ser percorrida a pé, e entre os mirantes há um teleférico que os liga que pode ou não ser utilizado pelo visitante.



O acesso aos elevadores tem os seguintes custos:

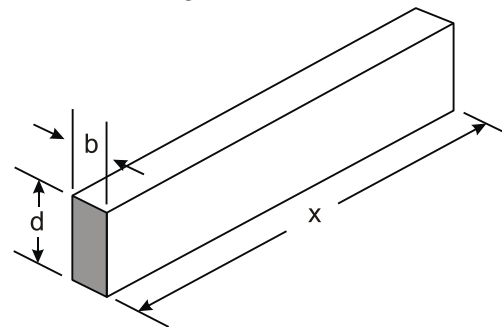
- Subir pelo elevador 1: R\$ 0,15;
- Subir pelo elevador 2: R\$ 1,80;
- Descer pelo elevador 1: R\$ 0,10;
- Descer pelo elevador 2: R\$ 2,30.

O custo da passagem do teleférico partindo do topo mirante 1 para o topo do mirante 2 é de R\$ 2,00, e do topo do mirante 2 para o topo do mirante 1 é de R\$ 2,50.

Qual é o menor custo em real para uma pessoa visitar os topos dos dois mirantes e retornar ao solo?

- a) 2,25  
b) 3,90  
c) 4,35  
d) 4,40  
e) 4,45

**24) (ENEM 2012)** A resistência mecânica  $S$  de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura ( $b$ ) e ao quadrado de sua altura ( $d$ ) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento ( $x$ ), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade  $k$  é chamada de resistência da viga.



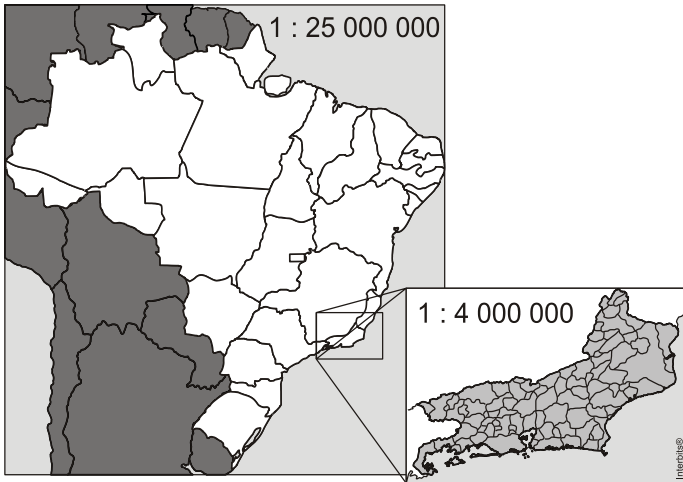
BUSHAW, D. et al. *Aplicações da matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.

A expressão que traduz a resistência  $S$  dessa viga de madeira é

- a)  $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$   
b)  $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$   
c)  $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$   
d)  $S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$   
e)  $S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$



25) (ENEM 2013) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil. Esse número é

- a) menor que 10.
- b) maior que 10 e menor que 20.
- c) maior que 20 e menor que 30.
- d) maior que 30 e menor que 40.
- e) maior que 40.

26) (ENEM PPL 2015) Uma confecção possuía 36 funcionários, alcançando uma produtividade de 5.400 camisetas por dia, com uma jornada de trabalho diária dos funcionários de 6 horas. Entretanto, com o lançamento da nova coleção e de uma nova campanha de *marketing*, o número de encomendas cresceu de forma acentuada, aumentando a demanda diária para 21.600 camisetas. Buscando atender essa nova demanda, a empresa aumentou o quadro de funcionários para 96. Ainda assim, a carga horária de trabalho necessita ser ajustada.

Qual deve ser a nova jornada de trabalho diária dos funcionários para que a empresa consiga atender a demanda?

- a) 1 hora e 30 minutos.
- b) 2 horas e 15 minutos.
- c) 9 horas.
- d) 16 horas.
- e) 24 horas.

[Link para as vídeo aulas](#)

[https://www.youtube.com/playlist?list=PL3WfaR Pu5f3GgkOlq9N1jexN\\_VPJK0Wq](https://www.youtube.com/playlist?list=PL3WfaR Pu5f3GgkOlq9N1jexN_VPJK0Wq)

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. E	02. D	03. D
04. A	05. D	06. E
07. C	08. A	09. E
10. D	11. B	12. D
13. B	14. D	15. E
16. B	17. C	18. C
19. E	20. E	21. A

EXERCÍCIOS ENEM

01. C	02. E	03. C
04. D	05. D	06. E
07. E	08. B	09. A
10. C	11. E	12. E
13. D	14. B	15. E
16. C	17. A	18. B
19. B	20. D	21. B
22. C	23. C	24. A
25. D	26. C	

**SEU ESFORÇO**  
pelos seus  
**SONHOS**  
jamais será  
**EM VÃO.**

