



Equação do 2º grau

Prof. Msc. Wagner Santiago de Souza

Lembrete: Raiz quadrada

- Dados dois números $n \geq 0$ e $a \geq 0$, temos que $\sqrt{n} = a$ se $a^2 = n$

$$\text{Ex1. } \sqrt{16} = 4, \text{ pois } 4^2 = 16;$$

$$\text{Ex2. } \sqrt{49} = 7, \text{ pois } 7^2 = 49;$$

$$\text{Ex3. } \sqrt{144} = 12, \text{ pois } 12^2 = 144.$$

Como calcular raiz quadrada?

Para calcular \sqrt{n} , devemos seguir os seguintes passos:

- 1: Fatorar o número n (Decompor em fatores primos);
- 2: Agrupar de dois em dois fatores iguais, obtendo assim, potências de expoente 2;
- 3: Substituir o número n , dentro da raiz, pela multiplicação das potências de expoente 2, obtidas no passo 2;
- 4: Tirar da raiz as bases das potências do passo 2, mantendo a operação de multiplicação;
- 5: Resolver a multiplicação obtida no passo 4.

Exemplo 4

- $\sqrt{144}$

144	2	
72	2	2^2
36	2	
18	2	2^2
9	3	
3	3	3^2
1		

- $\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$
- Logo, $\sqrt{144} = 12$.

Exemplo 5

- $\sqrt{441}$

441		3	
147		3	3^2
49		7	
7		7	7^2
1			

- $\sqrt{3^2 \cdot 7^2} = 3 \cdot 7 = 21$
- Logo, $\sqrt{441} = 21$.

Equações do 2º grau

- São equações cujo o maior expoente da incógnita é 2;

- Uma equação do 2º grau com incógnita x pode ser escrita da seguinte maneira $ax^2 + bx + c = 0$, em que a , b e c são números reais com $a \neq 0$;
- A igualdade do item anterior é conhecida como forma reduzida de uma equação do segundo grau. Nela a , b e c são os coeficientes, sendo a o coeficiente de x^2 , b o coeficiente de x e c o termo independente;
- As equações do 2º grau em que a , b e c são diferentes de zero são denominadas completas. Já aquelas em que $b = 0$, $c = 0$ ou $b = c = 0$ são as incompletas.

Exemplos

- 1) Equação do 2º grau completa:

$$x^2 - 4x - 5 = 0, \text{ com } a = 1, b = -4 \text{ e } c = -5.$$

- 2) Equação do 2º grau incompleta do tipo $ax^2 + bx = 0$, ou seja, com $c = 0$:

$$2x^2 + 8x = 0, \text{ com } a = 2, b = 8 \text{ e } c = 0.$$

- 3) Equação do 2º grau incompleta do tipo $ax^2 + c = 0$, ou seja, com $b = 0$:

$$-3x^2 + 27 = 0, \text{ com } a = -3, b = 0 \text{ e } c = 27.$$

- 4) Equação do 2º grau incompleta do tipo $ax^2 = 0$, ou seja, com $b = c = 0$:

$$4x^2 = 0, \text{ com } a = 4, b = 0 \text{ e } c = 0.$$

Resolução de equações incompletas do tipo

$$ax^2 + c = 0$$

- Passo a passo:
- 1) Isolar o x^2 , ou seja, obter $x^2 = n$. Para isso, utilizaremos o mesmo método utilizado nas equações do 1º grau, deixando quem tem a incógnita em um membro e quem não tem no outro;
- 2) Encontrar as raízes (os valores de x). Para isso, faremos a seguinte transição:

$$x^2 = n \Rightarrow x = \pm\sqrt{n}.$$

Exemplo 6

- Resolva a equação $2x^2 - 32 = 0$.
-

$$2x^2 - 32 = 0$$

$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = \frac{32}{2}$$

$$x^2 = 16 \text{ (Passo 1)}$$

$$x = \pm\sqrt{16} \text{ (Passo 2)}$$

$$x = \pm 4.$$

Logo, as raízes da equação são -4 e 4 .

Exemplo 7

- Resolva a equação $-4x^2 + 36 = 0$.
-

$$-4x^2 + 36 = 0$$

$$-4x^2 = -36 \quad \times (-1)$$

$$4x^2 = 36$$

$$x^2 = \frac{36}{4}$$

$$x^2 = 9 \quad (\text{Passo 1})$$

$$x = \pm\sqrt{9} \quad (\text{Passo 2})$$

$$x = \pm 3.$$

Logo, as raízes da equação são -3 e 3 .

Resolução de equações incompletas do tipo

$$ax^2 + bx = 0$$

- Passo a Passo:

-
- 1) Nesse tipo de equação todos os termos possuem o fator x , desse modo, podemos colocar o x em evidência, ou seja:

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x \cdot (ax + b) = 0$$

- 2) Finalizado o passo 1, temos um produto de dois fatores igual a zero. Desse modo, podemos garantir que pelo menos um desses fatores é igual a zero, ou seja:

$$x \cdot (ax + b) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } ax + b = 0$$

- 3) Uma raiz é $x = 0$. Para encontrar a outra basta resolver a equação do 1º grau $ax + b = 0$.

Exemplo 8

- Resolva a equação $3x^2 + 18x = 0$.
-

$$3x^2 + 18x = 0$$

$$x \cdot (3x + 18) = 0 \text{ (Passo 1)}$$

$$x = 0 \text{ ou } 3x + 18 = 0 \text{ (Passo 2)}$$

$$3x + 18 = 0$$

$$3x = -18$$

$$x = \frac{-18}{3}$$

$$x = -6 \text{ (Passo 3)}$$

Logo, as raízes da equação são 0 e -6 .

Exemplo 9

- Resolva a equação $5x^2 - 10x = 0$.
-

$$5x^2 - 10x = 0$$

$$x \cdot (5x - 10) = 0 \quad (\text{Passo 1})$$

$$x = 0 \text{ ou } 5x - 10 = 0 \quad (\text{Passo 2})$$

$$5x - 10 = 0$$

$$5x = 10$$

$$x = \frac{10}{5}$$

$$x = 2 \quad (\text{Passo 3}).$$

Logo, as raízes da equação são 0 e 2.

Resolução de equações incompletas do tipo

$$ax^2 = 0$$

- Esse tipo de equação possui sempre 2 raízes iguais a 0, pois:
- $ax^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{0}{a} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{0} \Rightarrow x = 0.$

Exemplo: $2x^2 = 0.$

- $2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{0}{2} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{0} \Rightarrow x = 0.$

Resolução de equações completas

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- A resolução desse tipo de equação é feita com o auxílio da fórmula de Bhaskara. Essa fórmula aponta que as raízes de uma equação do 2º grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ são dadas pela seguinte relação:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ em que } \Delta = b^2 - 4ac$$

Passo a passo para utilizar a fórmula de Bhaskara.

Para resolver uma equação do 2º grau do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, podemos seguir os seguintes passos:

1. Identificar os valores dos coeficientes a , b e c ;
2. Calcular o valor de Δ (Delta). Para isso, basta usar a fórmula $\Delta = b^2 - 4ac$;
3. Substituir o valor encontrado na fórmula de Bhaskara $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$;
4. Calcular as raízes. Para isso, separamos o \pm , de modo que uma raiz fique com o $+$ e a outra com o $-$. Ou seja:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exemplo 10

- Resolva a equação $x^2 + 3x - 4 = 0$.

1. Observem que $a = 1$, $b = 3$ e $c = -4$

2. $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)$$

$$\Delta = 9 + 16$$

$$\Delta = 25$$

3. $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 5}{2}$$

4. $x' = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$ e $x'' = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$

Logo, as raízes da equação são 1 e -4.

Exemplo 11

- Resolva a equação $x^2 - 10x + 9 = 0$.

1. Observem que $a = 1$, $b = -10$ e $c = 9$

2. $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9$$

$$\Delta = 100 - 36$$

$$\Delta = 64$$

3. $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

4. $x' = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9$ e $x'' = \frac{10-8}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Logo, as raízes da equação são 1 e 9.

Exemplo 12

- Resolva a equação $2x^2 - 32 = 0$.

1. Observem que $a = 2, b = 0$ e $c = -32$

2. $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-32)$$

$$\Delta = 0 + 256$$

$$\Delta = 256$$

3. $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{256}}{2 \cdot 2} = \frac{0 \pm 16}{4}$$

4. $x' = \frac{0+16}{4} = \frac{16}{4} = 4$ e $x'' = \frac{0-16}{4} = \frac{-16}{4} = -4$

Logo, as raízes da equação são -4 e 4 .

Exemplo 13

- Resolva a equação $3x^2 + 18x = 0$.

1. Observem que $a = 3, b = 18$ e $c = 0$

2. $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 18^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0$$

$$\Delta = 324 - 0$$

$$\Delta = 324$$

3. $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{324}}{2 \cdot 3} = \frac{-18 \pm 18}{6}$$

4. $x' = \frac{-18+18}{6} = \frac{0}{6} = 0$ e $x'' = \frac{-18-18}{6} = \frac{-36}{6} = -6$

Logo, as raízes da equação são -6 e 0 .

Exemplo 14

- Em um retângulo com 30m^2 de área, sabe-se que o comprimento é 7m maior que a largura. Quais as dimensões desse retângulo?

- Solução:

$$x \cdot (x + 7) = 30$$

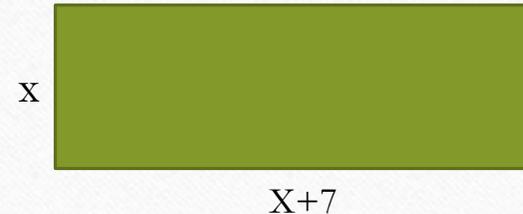
$$x^2 + 7x - 30 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30)$$

$$\Delta = 49 + 120 = 169$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm 13}{2}$$

$$x' = \frac{-7 + 13}{2} = 3 \text{ e } x'' = \frac{-7 - 13}{2} = -10(\text{n\~{a}o conv\~{e}m})$$



Logo, as dimensões do retângulo são 3m e 10m.