MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
COLÉGIO DE APLICAÇÃO
PROFESSOR: ROBSON ANDRADE DE JESUS

Aluno(a): ____

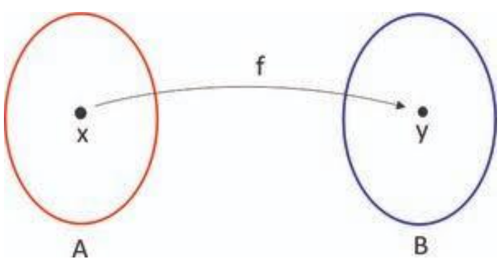
Turma: 1º ano do Ensino Médio **Data:** __/__/2020

FUNÇÕES

Já estudamos que dada duas variáveis x e y, em que x é a variável independente e y a variável dependente de x, se para cada valor de x é possível associar um único valor de y, então y está em função de x.

> Uma função *f* é uma lei que faz cada elemento x de um conjunto A corresponder a um único elemento y de um conjunto B.

Para melhor entendimento da definição de função, veja a representação via conjuntos.



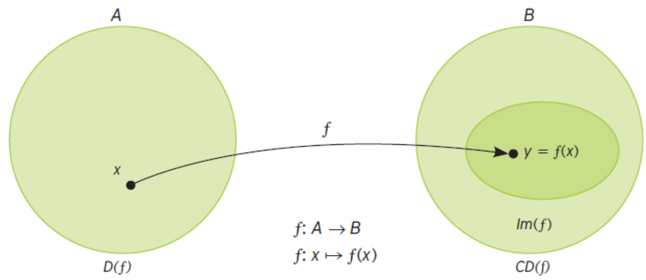
A função *f* transforma x ∈ A em y ∈ B.

É muito comum usarmos outra notação para uma função de A em B:

$$f: A \rightarrow B$$

Dada uma **função *f* de A em B**, o **conjunto A** é denominado **domínio da função *f***, e o **conjunto B**, **contradomínio** dessa função.

Podemos denominar o domínio por D(*f*) ou simplesmente D e o contradomínio, por CD(*f*) ou CD. Para cada x ∈ D, o valor correspondente y ∈ CD assumido pela função *f* é a imagem *f*(x) da função (lê-se "*f* de x"). Assim, y = *f*(x). O conjunto formado por todas as imagens de D é denominado conjunto imagem de *f*. A notação utilizada para o **conjunto imagem** é Im(*f*) ou Im. Veja a ilustração abaixo:

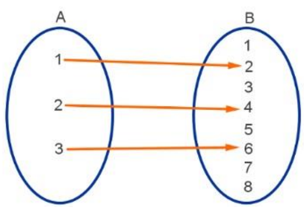


<u>Função injetora, sobrejetora e bijetora</u>

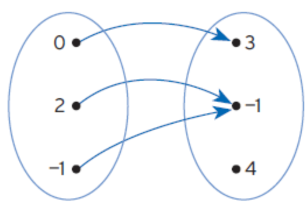
<u>Função Injetora</u>: é aquela em que cada elemento da imagem está ligado a um único elemento do domínio.

$$F(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2, \text{ para todo } x_1 \text{ e } x_2 \text{ do domínio}$$

Veja os seguintes exemplos nas ilustrações:



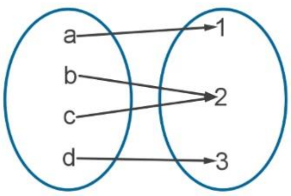
Função injetora

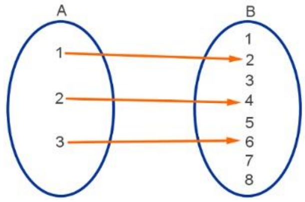


Função não injetora

<u>Função sobrejetora</u>: é quando o contradomínio é igual ao conjunto imagem da função.

Veja os seguintes exemplos nas ilustrações:

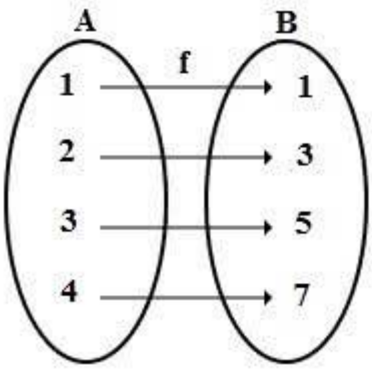




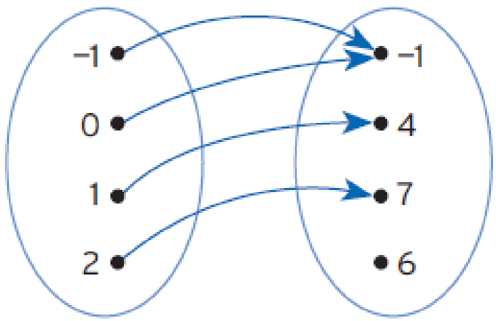
Função sobrejetora

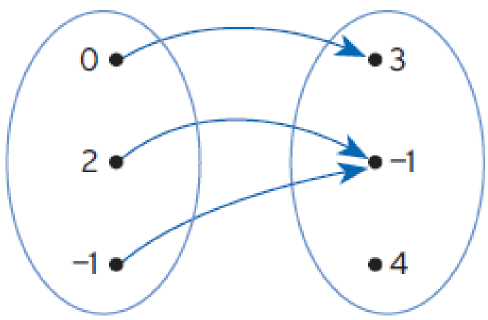
Função não sobrejetora

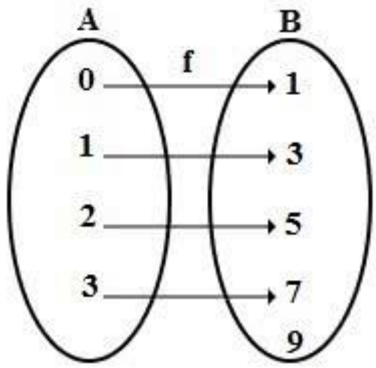
<u>Função bijetora</u>: é quando a função é injetora e sobrejetora. Veja o exemplo na ilustração abaixo de uma função bijetora.

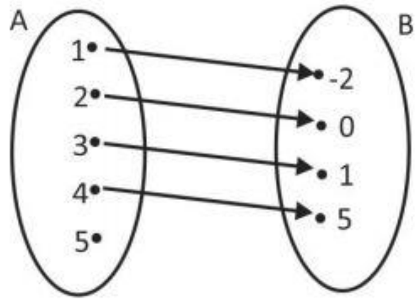


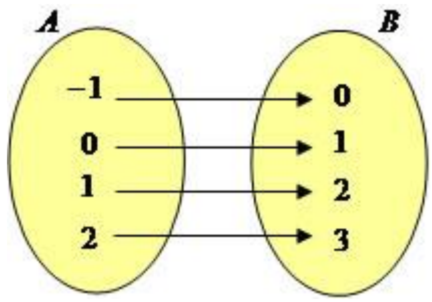
Questão 1: Verifique se as relações abaixo são funções e classifique-as em injetora, sobrejetora ou bijetora.











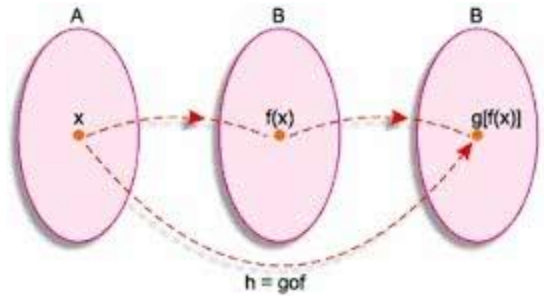
Questão 2: Considere a função de A em B definida por $f(x) = 2^x$ em que $A = \{0,1,2,3\}$ e $B = \{1,2,4,8\}$. Verifique se f é bijetora.

Questão 3: Considere a função de A em B definida por $f(x) = x^2$ em que $A = \{0,1,2,3\}$ e $B = \{0,1,4,9\}$. Verifique se f é bijetora.

Questão 4: Considere a função de A em B definida por $f(x) = x^2$ em que $A = \{0,1,2,3\}$ e $B = \{0,1,4,5,9\}$. Verifique se f é bijetora.

Função composta

Dada uma função f (f: A → B) e uma função g (g: B → C), a função composta de g com f é representada por go, como mostra a ilustração abaixo:



Já a função composta de f com g é representada por fog.

$$f o g(x) = f(g(x))$$
$$g o f(x) = g(f(x))$$

Exemplo: Sejam as funções reais $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x + 2$, vamos determinar $f(g(x))$.

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= f(x+2) \\ &= (x+2)^2 + 1 \\ &= x^2 + 4x + 4 + 1 \\ &= x^2 + 4x + 5 \end{aligned}$$

Se calcularmos $g(f(x))$, teremos:

$$\begin{aligned} g(f(x)) &= g(x^2 + 1) \\ &= (x^2 + 1) + 2 \\ &= x^2 + 3 \end{aligned}$$

Daí, podemos verificar que a composição entre função não é, em geral, comutativa.

Exemplo: Sejam as funções reais $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x - 1$, vamos determinar $f(g(x))$.

$$f(g(x)) = f(x - 1) = x - 1 + 1 = x$$
$$g(f(x)) = f(x + 1) = x + 1 - 1 = x$$

Neste caso, $f(g(x)) = g(f(x)) = x$

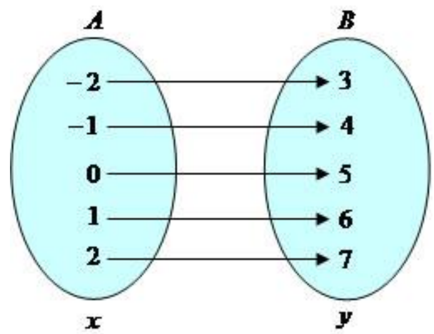
Função Inversa

Considere uma função f: A → B. A inversa de f é uma função denotada por f^{-1} de modo que

$$f(f^{-1}(x)) = f^{-1}(f(x)) = x, \text{com } x \in A.$$

Atenção! Toda função bijetora admite uma inversa.

Exemplo: dados os conjuntos $A = \{-2,-1,0,1,2\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ e a função f: A → B definida pela fórmula $f(x) = x + 5$, veja o diagrama dessa função abaixo:



Note que f é injetora e sobrejetora e, por isso, é bijetora. Assim, ela admite uma inversa f^{-1}tal que $f(f^{-1}(x)) = x$, logo teremos:

$$f^{-1}(x) + 5 = x$$
$$f^{-1}(x) = x - 5$$

Questão 5: Considere a função de A em B definida por $f(x) = x^2$ em que $A = \{0,1,2,3\}$ e $B = \{0,1,4,9\}$. Verifique se f tem inversa e, se tiver, calcule-a.

Questão 6: Considere a função de A em B definida por $f(x) = 3x - 2$ em que $A = \{0,1,2,3\}$ e $B = \{-2,1,4,7\}$. Determine a inversa de f.

Questão 7: Considere a função de A em B definida por $f(x) = x - 2$ em que $A = \{0,1,2,3\}$ e $B = \{-2,-1,0,1\}$. Determine a inversa de f.

Sugestões de videoaula:

https://www.youtube.com/watch?v=OUybGR-Z1OI

https://www.youtube.com/watch?v=BieXxZ1xL0M

https://www.youtube.com/watch?v=C4IxcdO6afw