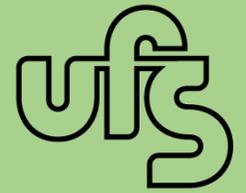


CODAP

COLÉGIO DE APLICAÇÃO



DESENHO GEOMÉTRICO

6º ANO

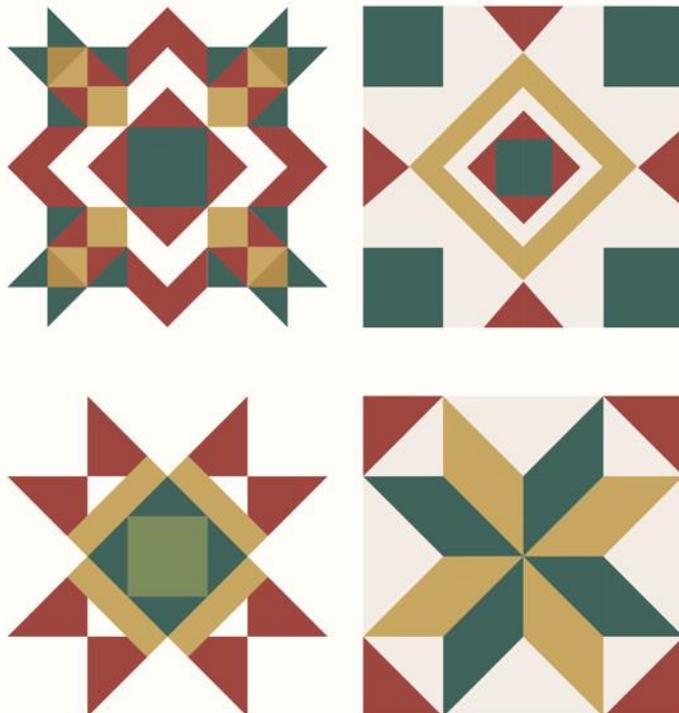
2ª unidade

Prof. ÉRICA DE OLIVEIRA JARSKE

Aluno:

Ano: 2020

Material desenvolvido por Carlos Alberto Barreto e adaptado por Robson Andrade de Jesus /CODAP-UFS.

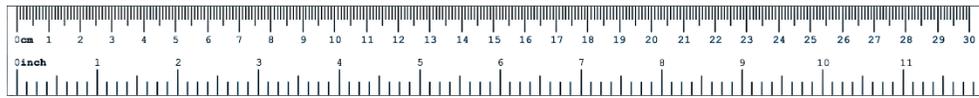


https://br.freepik.com/vetores-gratis/vetor-de-desenho-geometrico-de-telhas-de-natal-colorido_3384204.htm

Materiais essenciais nas aulas de Desenho Geométrico

RÉGUA

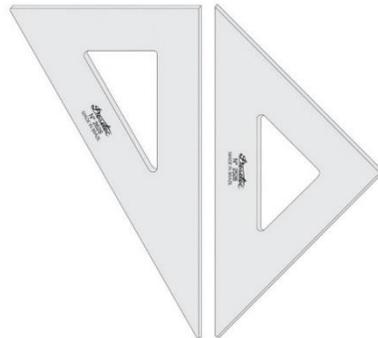
A régua é o instrumento básico em qualquer estudo de desenho geométrico. Serve para medir e traçar linhas e retas. Sugerimos o uso de régua transparente e graduada em centímetros e milímetros.



<http://www.reguaonline.com/>

PAR DE ESQUADROS

O par de esquadro são instrumentos úteis nos desenhos geométricos. Eles tem formato de triângulo retângulo e outro isósceles. Vamos aprender a traçar retas paralelas com esses esquadros.



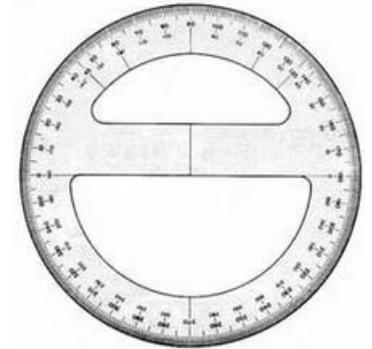
COMPASSO

Esse instrumento é usado para traçar circunferências e transportar medidas. Composto por uma ponta seca de metal e um grafite permanecendo sempre no mesmo nível.

<https://www.compactor.com.br/produto/compasso-jolly/>

TRANSFERIDOR

Instrumento usado para medir e marcar ângulos. Feito geralmente de plástico ou acrílico transparente. Existem dois modelos básicos: um de 180° e outro 360° (meia volta ou uma volta completa, respectivamente).



<http://www.reguaonline.com/transferidor.html>

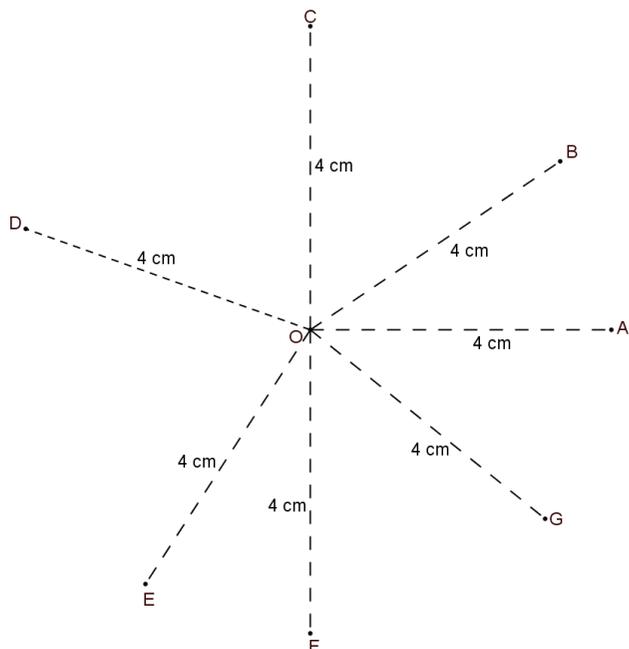


<https://www.saomartinho.rs.gov.br/site/noticias/fazenda/36693-atencao--comunicado-importante>

CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

1. Definição de circunferência:

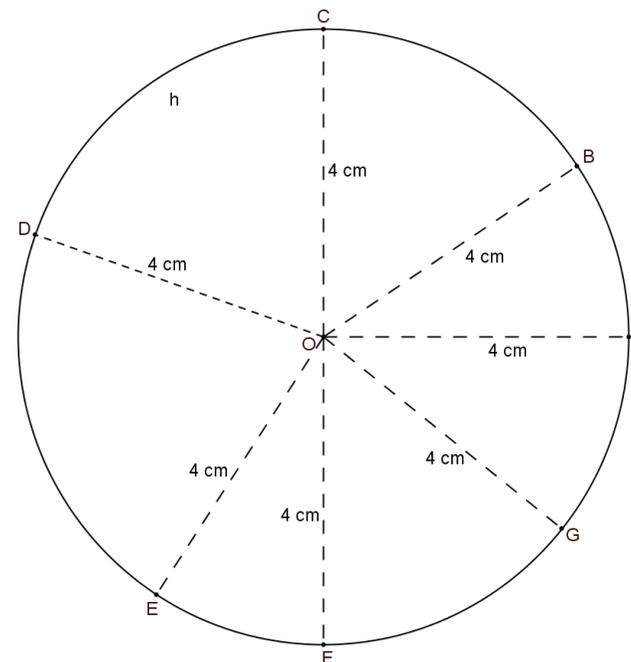
Observe a figura abaixo.



Os pontos A, B, C, D, E, F e G estão todos a uma distância de 4 cm do ponto O.

Se considerarmos todos os pontos desse plano que estão distantes 4 cm do ponto O, teremos uma figura geométrica plana denominada **circunferência**.

Circunferência é o conjunto dos pontos de um plano que distam igualmente de um ponto fixo no mesmo plano.



Iremos utilizá-la para ajudar você a entender e identificar os elementos de uma circunferência. São eles:

■ **CENTRO:** ponto equidistante de qualquer ponto pertencente à circunferência.

Na nossa circunferência o centro é o ponto O.

■ **RAIO:** é qualquer segmento de reta cujas extremidades são o centro e um ponto pertencente à circunferência.

Na nossa circunferência os segmentos de reta \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} , \overline{OD} , \overline{OE} , \overline{OF} e \overline{OG} são raios da circunferência.

Para indicarmos a **medida do raio** de uma circunferência utilizamos a letra **r**. Nesse caso, temos que a medida do raio da circunferência é de 4 cm, ou seja, **$r = 4$ cm**.

■ **CORDA:** é qualquer segmento de reta que tem suas extremidades pertencentes à circunferência.

■ **DIÂMETRO:** é qualquer corda que passa pelo centro da circunferência.

Na nossa circunferência o segmento de reta \overline{CF} é um diâmetro da circunferência. Para indicarmos a **medida do diâmetro** de uma circunferência utilizamos a letra **d**. Nesse caso, temos que a medida do diâmetro da circunferência é de 8 cm, ou seja, **$d = 8$ cm**. Observe que a medida do diâmetro de uma circunferência tem o dobro da medida do raio.

$$d = 2r$$

Exemplo: Calcule o diâmetro de uma circunferência cujo diâmetro mede 3 cm.

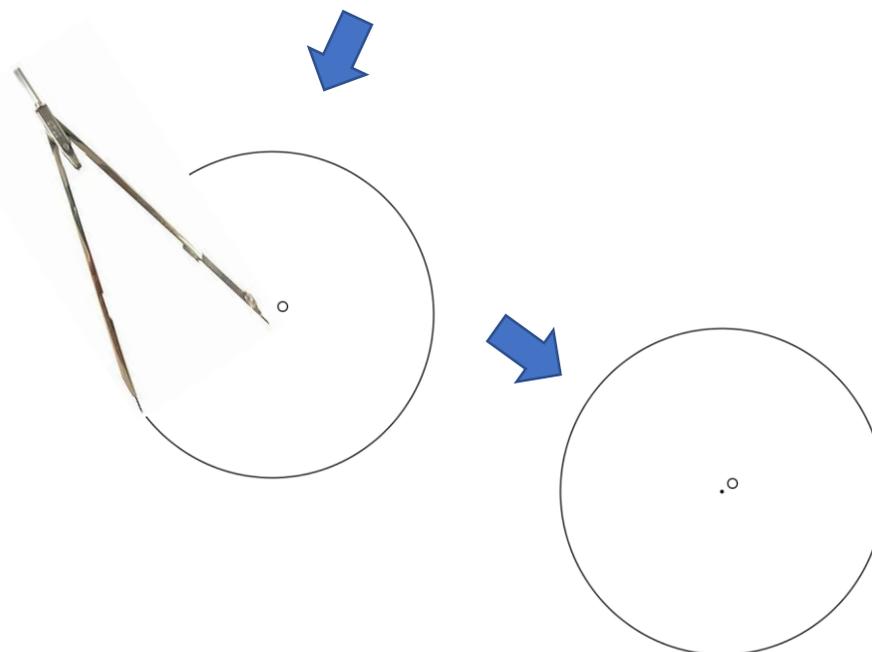
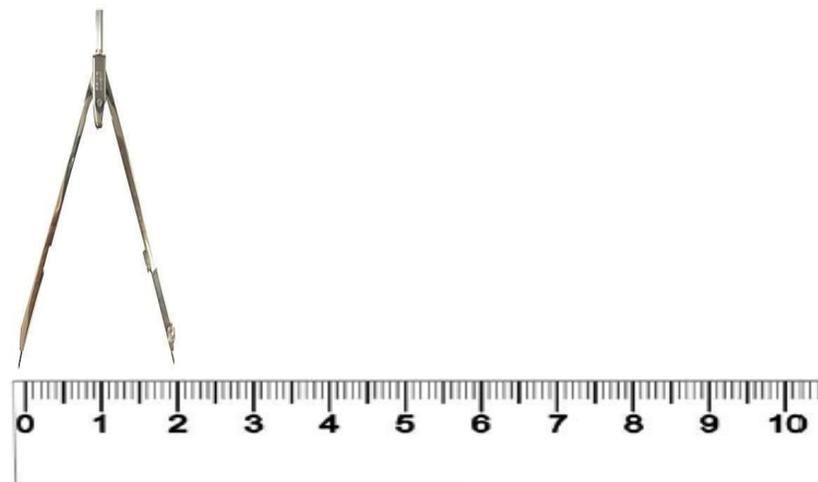
Traçado de uma circunferência utilizando régua e compasso: para traçar uma circunferência, utilizando régua e compasso, siga os seguintes passos:

1º passo: Abra o compasso com a medida do raio dessa circunferência;

2º passo: Marque o ponto que será o centro da circunferência;

3º passo: Coloque a ponta-seca no centro da circunferência e gire o compasso até completar a volta.

Vamos traçar uma circunferência uma de centro no ponto **O** e medida do raio igual a **2, cm**.

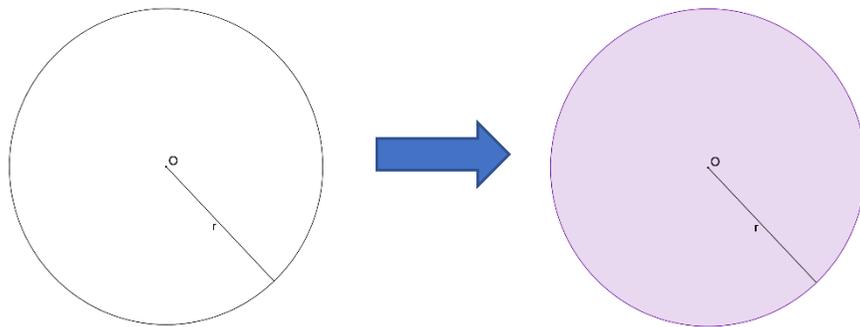


2. Definição de círculo

Para compreendermos o conceito de círculo, construa uma circunferência com raio igual a 3 cm e, em seguida, pinte a região interna dessa circunferência.

O que acabamos de construir é chamado de círculo.

Círculo é a reunião da circunferência com a sua região interna.



Circunferência

Círculo

ATIVIDADES

1) Construa uma circunferência de centro no ponto **O** e raio medindo 3,5 cm.

2) Construa uma circunferência de centro no ponto **C** e diâmetro medindo 4 cm.

• C

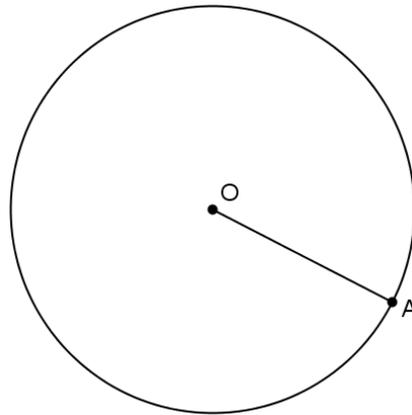
3) Observe a circunferência e responda aos questionamentos.

a) O centro da circunferência é o ponto _____;

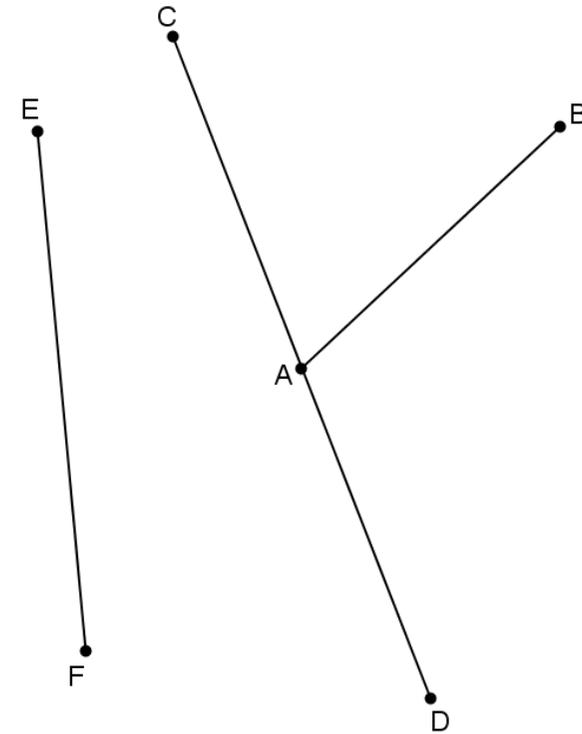
b) A medida do raio da circunferência é de _____.

c) A medida do diâmetro da circunferência é de _____.

4) Recorte e cole uma imagem que nos dá uma ideia de circunferência e outra que nos dá uma ideia de círculo.



5) Com a ponta-seca do compasso no ponto **A** e raio $r = \overline{AB}$, trace uma circunferência.



Agora identifique os elementos dessa circunferência:

a) O ponto **A** é _____;

b) O segmento de reta \overline{AB} é _____;

c) O segmento de reta \overline{EF} é _____;

d) O segmento de reta \overline{CD} é _____.

E agora, utilizando a régua, determine a medida do raio (**r**) e do diâmetro (**d**) dessa circunferência.

r =

d =

6) Associe cada uma das imagens à ideia de circunferência ou de círculo.



Pizza



Moeda



Bambolê



Relógio

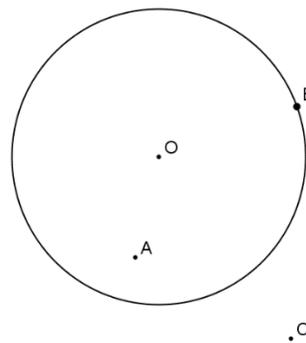


Par de brincos



Aro da cesta de basquete

Posições relativas entre ponto e circunferência coplanares: Observe a figura abaixo.



O ponto **A** é **INTERNO** à circunferência.

O ponto **B** **PERTENCE** à circunferência.

O ponto **C** é **EXTERNO** à circunferência.

Posições relativas entre reta e circunferência coplanares: veja e compare as figuras seguintes.

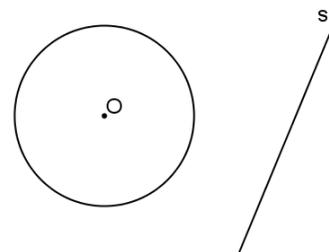


Figura 1

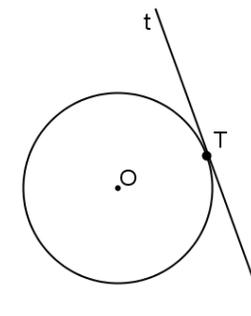


Figura 2

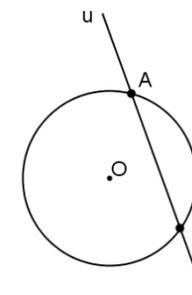


Figura 3

- Na **Figura 1**, a reta e a circunferência não têm nenhum ponto em comum. Dizemos que elas (reta e circunferência) são **EXTERIORES**;
- Na **Figura 2**, a reta e a circunferência têm um ponto em comum, o ponto **T**. Dizemos que elas são **TANGENTES**;
- Na **Figura 3**, a reta e a circunferência têm dois pontos em comum, os pontos **A** e **B**. Dizemos que elas são **SECANTES**.

Posições relativas entre duas circunferências coplanares: vamos analisar agora essas outras figuras que mostram as posições relativas entre duas circunferências coplanares.

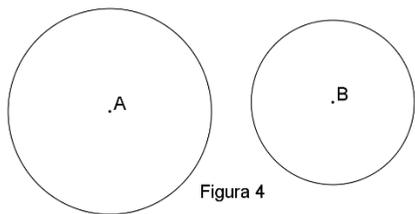


Figura 4

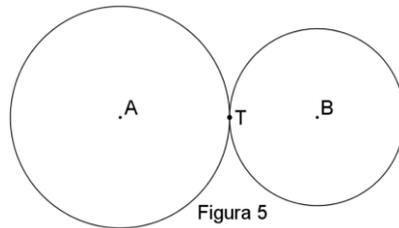


Figura 5

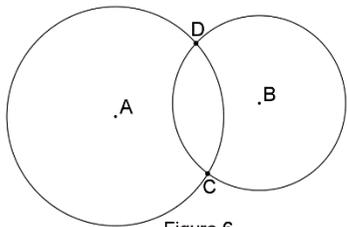


Figura 6

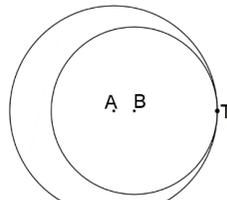


Figura 7

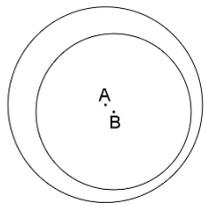


Figura 8

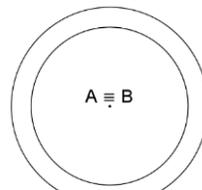
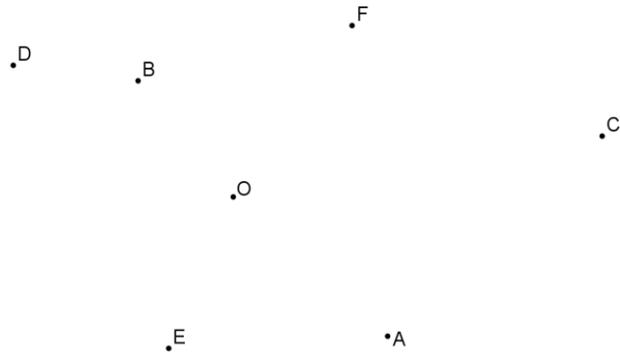


Figura 9

- Na **Figura 4**, as circunferências não possuem nenhum ponto em comum e uma está fora da outra. Dizemos que elas (as duas circunferências) são **EXTERIORES**;
- Na **Figura 5**, as circunferências possuem um ponto em comum, o ponto **T**, e uma está fora da outra. Dizemos que elas são **TANGENTES EXTERIORES**. O ponto **T** é chamado de ponto de tangência;
- Na **Figura 6**, as circunferências possuem dois pontos em comum, os pontos **C** e **D**. Dizemos que elas são **SECANTES**;
- Na **Figura 7**, as circunferências possuem um ponto em comum, o ponto **T**, e uma está dentro da outra. Dizemos que elas são **TANGENTES INTERIORES**. O ponto **T** é chamado de ponto de tangência;
- Na **Figura 8**, as circunferências não possuem nenhum ponto em comum e uma está dentro da outra. Dizemos que elas são **INTERIORES**;
- Na **Figura 9**, as circunferências não possuem nenhum ponto em comum, uma está dentro da outra e os centros são coincidentes. Dizemos que elas são **INTERIORES CONCÊNTRICAS**.

ATIVIDADES

1) Trace a circunferência de centro no ponto **O** e raio $r = \overline{OA}$.



Agora responda:

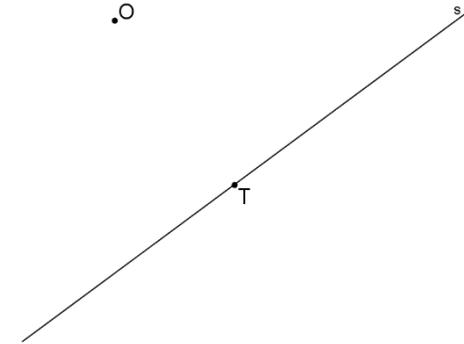
- a) Os pontos que estão **INTERNOS** a esta circunferência são _____;
- b) Os pontos que **PERTENCEM** a esta circunferência são _____;
- c) Os pontos que estão **EXTERNOS** a esta circunferência são _____.

2) Trace a circunferência de centro no ponto **O** e raio $r = 2,5$ cm.



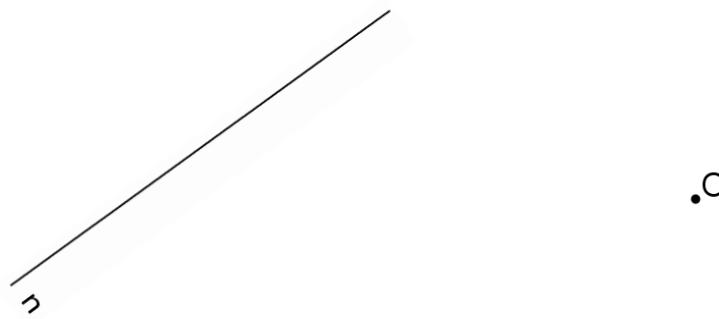
Qual a posição relativa entre a circunferência e a reta **r**? Por quê?

3) Trace a circunferência de centro no ponto **O** e raio $r = \overline{OT}$.



Qual a posição relativa entre a circunferência e a reta **s**? Por quê?

4) Trace a circunferência de centro no ponto **O** e raio $r = 1$ cm.



Qual a posição relativa entre a circunferência e a reta **u**? Por quê?

5) Siga as orientações que seguem abaixo:

- Trace a circunferência de centro no ponto **A** e raio $r = 3$ cm;
- Trace a circunferência de centro no ponto **B** e raio $r = 2$ cm;
- Essas circunferências são secantes? Por quê?

.A .B

Siga as orientações que seguem abaixo:

- Trace a circunferência de centro no ponto **C** e raio $r = 1,5$ cm;
- Trace a circunferência de centro no ponto **D** e raio $r = 1$ cm;
- Essas circunferências são exteriores? Por quê?

.C .D

6) Seguindo as orientações dadas determine o ponto médio (**M**) do segmento de reta \overline{KL} .

Ponto médio de um segmento de reta é o ponto que divide este segmento em duas partes congruentes, ou seja, com a mesma medida.

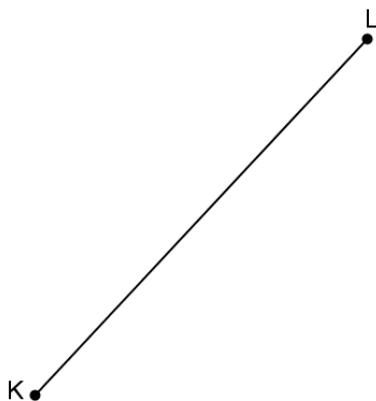
1º passo: Com a ponta-seca do compasso em **K** e abertura maior que a metade de \overline{KL} , trace uma circunferência;

2º passo: Com a mesma abertura e ponta-seca do compasso em **L**, trace outra circunferência;

3º passo: Trace uma reta que passa pelos dois pontos de intersecção das duas circunferências;

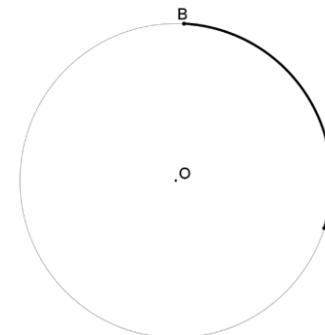
4º passo: Marque o ponto **M**, que é a intersecção do segmento de reta \overline{KL} com a reta traçada no passo anterior.

Essa reta que passa pelos dois pontos de intersecção das duas circunferências é chamada de **reta mediatriz**, pois passa pelo ponto médio do segmento de reta \overline{KL} , formando com este segmento um ângulo de 90° .



Arco de circunferência: observe a circunferência ao lado e a parte destacada na mesma.

Essa parte destacada na circunferência, limitada pelos pontos **A** e **B** é chamada de **arco de circunferência**. O símbolo utilizado para identificar esse arco é \widehat{AB} . A outra parte não destacada na circunferência, limitada pelos mesmos pontos **A** e **B**, forma um outro **arco de circunferência**.

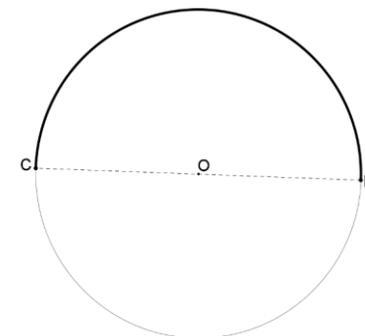


Arco de circunferência é cada uma das partes em que a circunferência fica limitada por dois de seus pontos.

Quando um arco mede exatamente metade do comprimento da circunferência é chamado de **semicircunferência**.

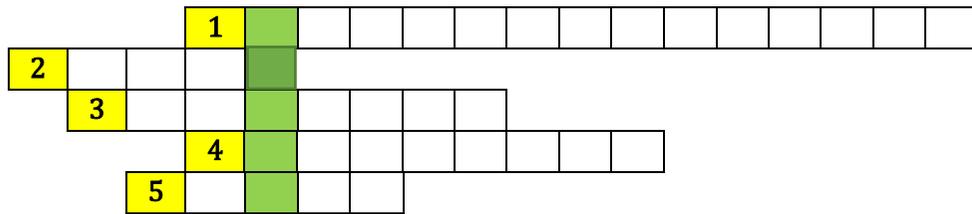
Ao lado, temos a **semicircunferência \widehat{CD}** .

Veja que as extremidades de uma **semicircunferência** coincidem com as extremidades de um **diâmetro** da circunferência.



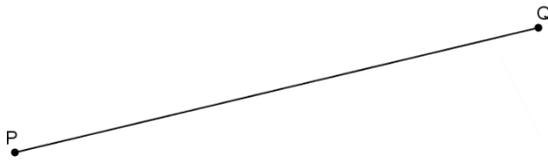
ATIVIDADE

1) Complete o diagrama e descubra a palavra em destaque:



- 1 – Conjunto dos pontos de um plano que estão a uma mesma distância de um ponto dado.
- 2 – Parte da circunferência determinada por dois de seus pontos.
- 3 – Reunião de uma circunferência com sua região interna.
- 4 – Maior corda de uma circunferência.
- 5 – Segmento determinado pelo centro e por um ponto da circunferência.

2) Considere o segmento de reta \overline{PQ} , que segue:



Seguindo as orientações abaixo, trace o segmento de reta $\overline{P'Q'}$, congruente ao \overline{PQ} .

- 1º passo: Trace uma reta e marque sobre ela o ponto P' ;
- 2º passo: Tome a medida PQ , com a ponta-seca do compasso em P e a de grafite em Q ;
- 3º passo: Com a ponta-seca em P' e abertura PQ , trace um arco que intercepte a reta traçada inicialmente. Essa intersecção determina o ponto Q' ;
- 4º passo: Reforce o segmento de reta $\overline{P'Q'}$.

3) Considere agora o segmento de reta \overline{RS} .



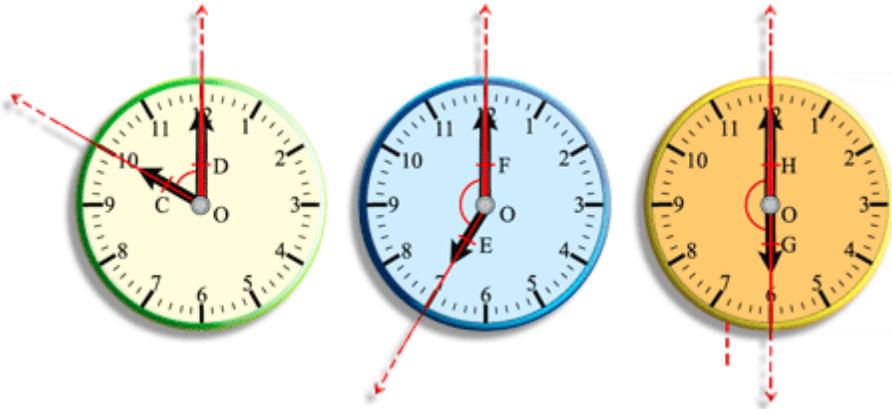
a) Seguindo as orientações da questão anterior, trace o segmento de reta $\overline{R'S'}$, congruente ao \overline{RS} .

b) Utilizando o compasso, pense numa estratégia e trace o segmento de reta \overline{TU} , que tenha o dobro do comprimento de \overline{RS} .

c) Com a mesma estratégia trace o segmento de reta \overline{VX} , com o triplo do comprimento de \overline{RS} .

ÂNGULOS

A ideia de ângulo: ângulo é um dos conceitos mais importantes da Geometria. Suas aplicações estão presentes em diversas situações cotidianas e nas mais variadas atividades profissionais. Além disso, compreender a ideia de ângulo é fundamental para aprender novos conteúdos de geometria, como por exemplo, o estudo dos polígonos e o estudo das figuras semelhantes. Acompanhe algumas situações em que a ideia de ângulo é utilizada.



Os ponteiros de um relógio nos dão a ideia de ângulos.
Esses ângulos vão mudando de acordo com a variação do tempo.



Cada fatia de pizza nos dá a ideia de ângulo.
Numa pizza quanto maior a fatia maior será o ângulo formado por ela.

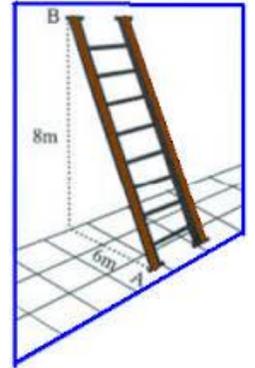


Ao abrimos esse modelo de escada, verificamos que as suas duas partes nos dão a ideia de ângulo.

Quando apoiamos uma escada numa parede observamos a formação de alguns ângulos.

Por exemplo:

- O ângulo formado pela escada com o chão;
- O ângulo formado pela escada com a parede.



Os telhados duas águas nos dão a ideia de ângulo.



A-20b – Aclive acentuado
Adverte ao usuário da via a existência, adiante, de um aclive acentuado.

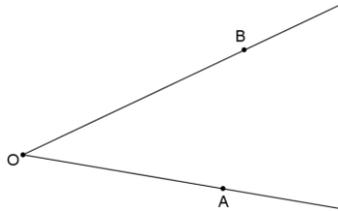
Essa placa de trânsito indica a inclinação da ladeira que representa o ângulo.

Ao fazer algum exercício ou atividade física precisamos realizar os movimentos de forma correta para não prejudicar o nosso corpo. Esses movimentos formam ângulos em todos os momentos.



Como se pode ver nessas situações, muitas ideias estão relacionadas a ângulos. Vamos estudar algumas delas, em especial as que estão relacionadas a ângulos de figuras geométricas.

Conceito de ângulo: observe a figura formada por duas semirretas, \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} .



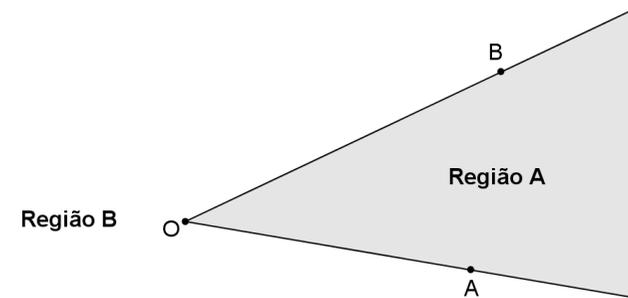
O ponto **O** é a origem da semirreta \overrightarrow{OA} e também da semirreta \overrightarrow{OB} . As semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} formam um ângulo: o ângulo \widehat{AOB} .

Um ângulo é a reunião de duas semirretas de mesma origem.

O ponto **O** é chamado de vértice do ângulo \widehat{AOB} . As semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} são chamadas de lados do ângulo \widehat{AOB} .

OBSERVAÇÃO IMPORTANTE:

Quando traçamos duas semirretas distintas e de mesma origem, o ângulo formado divide o plano em duas regiões, que na figura abaixo estão sendo chamadas de **Região A** e **Região B**.



Se quisermos identificar que o ângulo \widehat{AOB} é o da **Região A**, devemos utilizar um arco de centro no vértice do ângulo e extremidades nos lados que o formam, assim como mostra a **Figura 1**.

Se quisermos identificar que o ângulo \widehat{AOB} é o da **Região B**, devemos utilizar um arco de centro no vértice do ângulo e extremidades nos lados que o formam, assim como mostra a **Figura 2**.

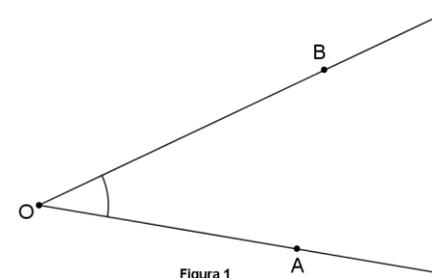


Figura 1

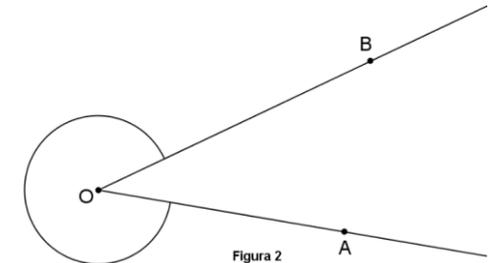
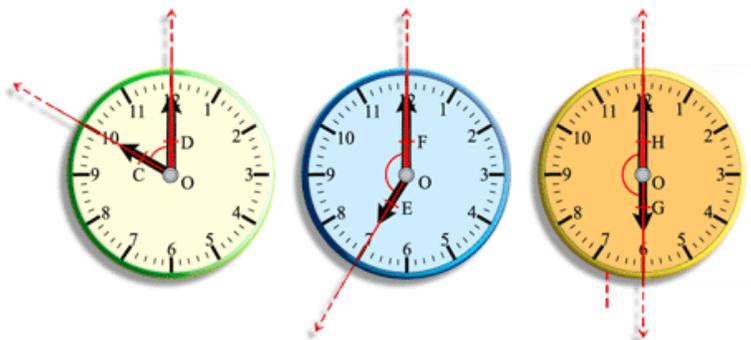


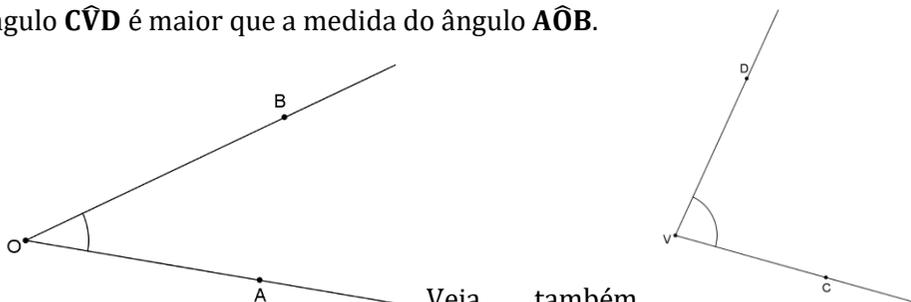
Figura 2

Medida de ângulo

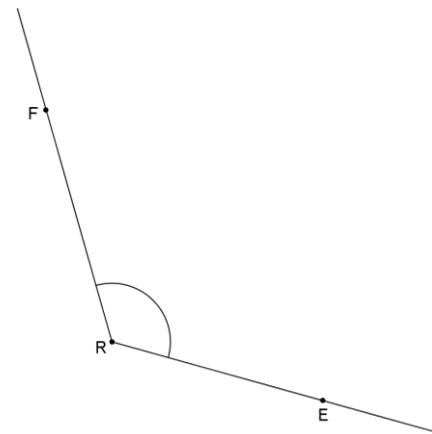
Observe os ângulos formados pelos ponteiros de cada relógio:



Veja que os ângulos têm diferentes aberturas, podem ser mais abertos ou mais fechados. É isso que determina a medida de um ângulo. Portanto, quanto maior for a abertura, maior será a medida de um ângulo. É, por isso, que a medida do ângulo $\widehat{C\hat{V}D}$ é maior que a medida do ângulo $\widehat{A\hat{O}B}$.

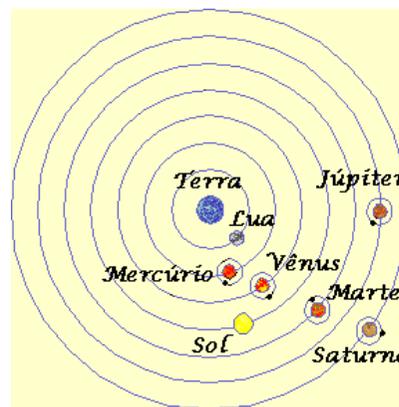


Veja também que a medida do ângulo $\widehat{E\hat{R}F}$ é maior que a medida do ângulo $\widehat{C\hat{V}D}$.



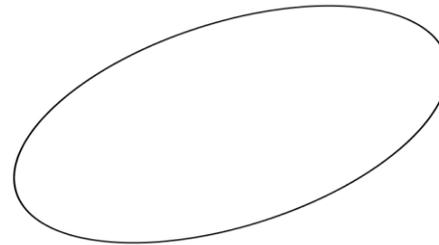
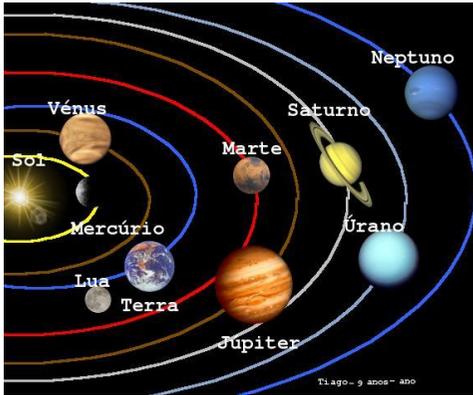
A unidade de medida mais empregada para medir ângulos é o **grau**.

O grau surgiu da divisão da circunferência em 360 partes congruentes (de mesma medida). A medida do ângulo que tem o vértice no centro da circunferência e abertura correspondente a uma dessas 360 partes representa **um grau**, que é indicado por 1° . A ideia de dividir a circunferência em 360 partes tem sua origem na Antiguidade. Os babilônios acreditavam que o Sol girava em torno da Terra descrevendo uma órbita circular e levava 360 dias para dar uma volta completa.



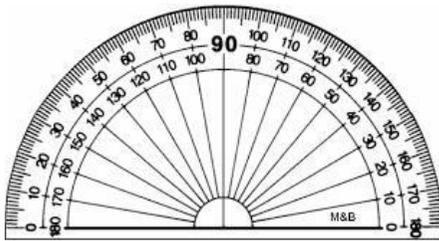
O modelo de sistema proposto por Aristóteles e Ptolomeu era geocêntrico: a Terra ficava no centro.

Assim, o Sol percorria, por dia, $\frac{1}{360}$ da circunferência em seu movimento ao redor da Terra. Hoje sabemos que é a Terra que gira em torno do Sol, descrevendo uma órbita elíptica. O movimento de uma rotação completa tem duração aproximada de 365 dias e 6 horas.

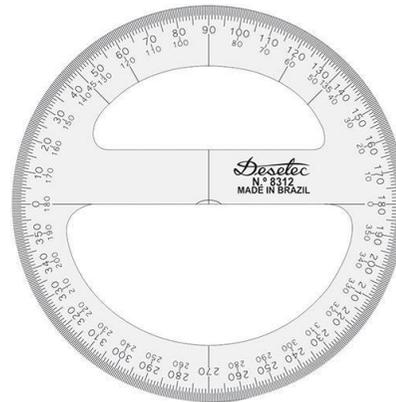


Órbita Elíptica

Instrumento para medir ângulo: o instrumento usual para medir ângulos é o **transferidor**, que tem o grau como unidade de medida



Transferidor de 180°



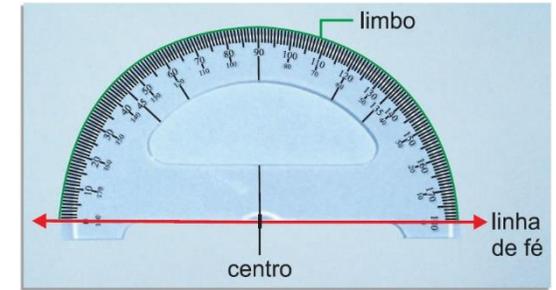
Transferidor de 360°

Geralmente os transferidores são duplamente graduados, com sentidos opostos de crescimento. Essas graduações devem ser usadas de acordo com a posição do ângulo. Para utilizarmos corretamente o transferidor devemos conhecer os elementos que fazem parte do mesmo. Eles são:

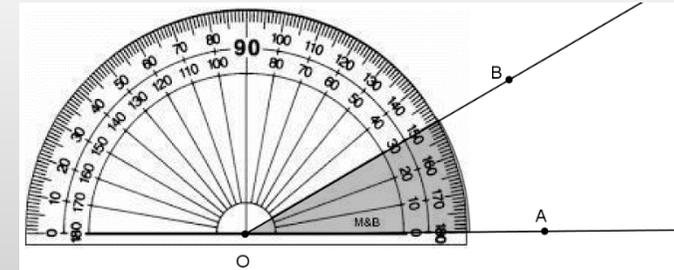
■ **Limbo:** parte de contorno do transferidor, onde se localiza a graduação;

■ **Linha de fé:** reta que passa por 0° e 180°. É o diâmetro da circunferência definida pelo transferidor;

■ **Centro:** ponto de intersecção da linha de fé com o diâmetro perpendicular a ela.

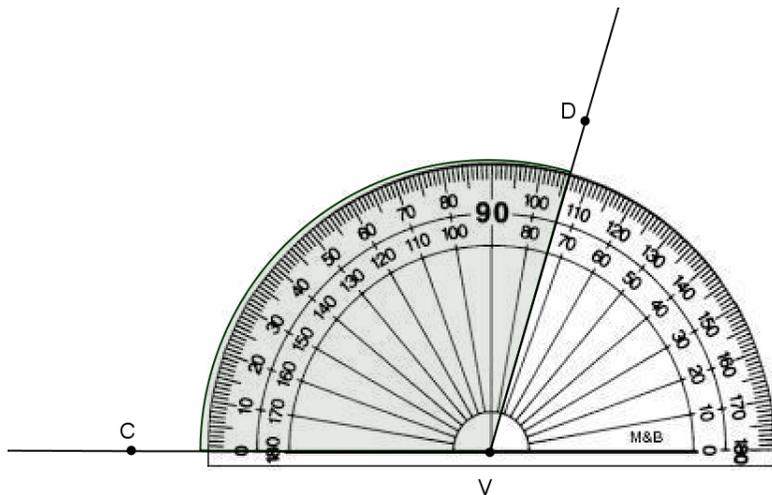


Veja como medimos o ângulo $\widehat{A\hat{O}B}$.

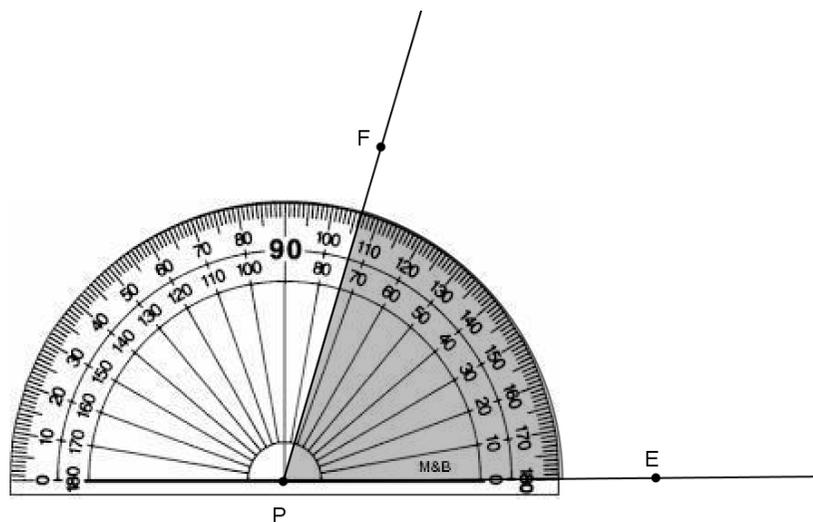


Observe que o centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo e que a linha de fé deve coincidir com um dos lados do ângulo. Feito isso é só verificar no limbo que a medida do ângulo $\widehat{A\hat{O}B}$ é de 30°.

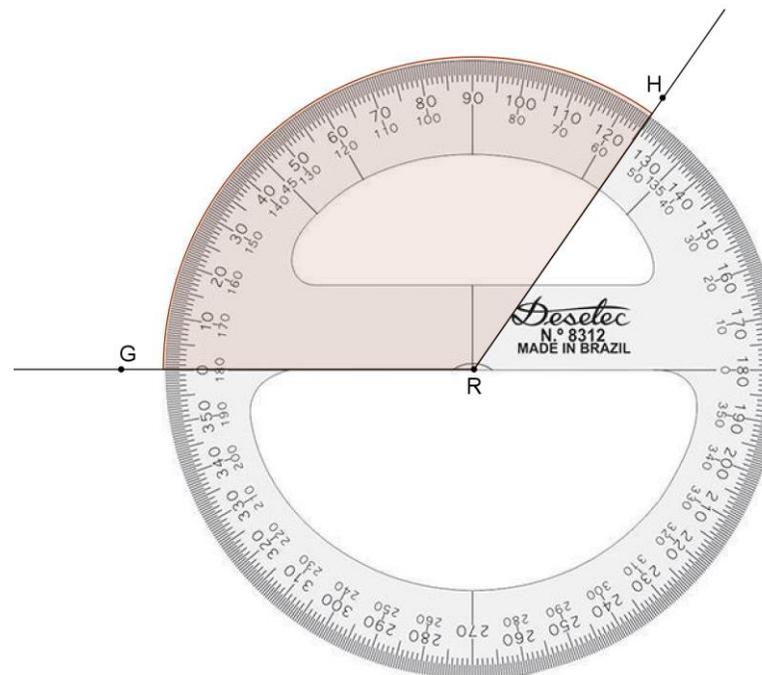
Indica-se assim: $\widehat{A\hat{O}B} = 30^\circ$.



A medida do ângulo \widehat{CVD} é de 106° .



A medida do ângulo \widehat{EPF} é de 74° .

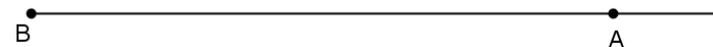


A medida do ângulo \widehat{GRH} é de 125° .

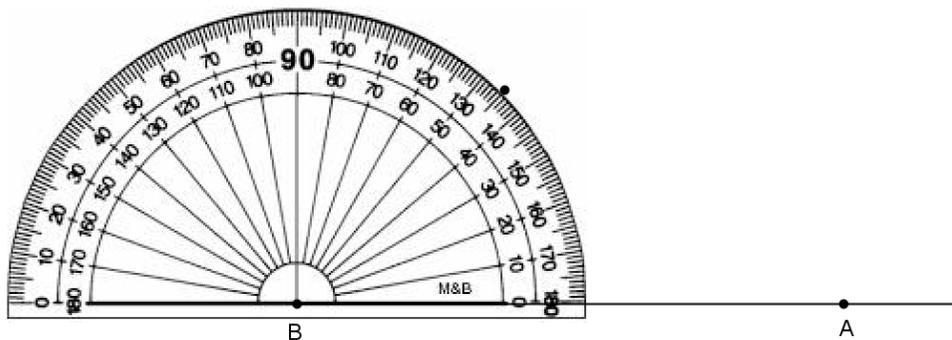
Vamos aprender agora, como traçar um ângulo com uma medida determinada.

Exemplo 1: Vamos construir um ângulo \widehat{ABC} de 45° .

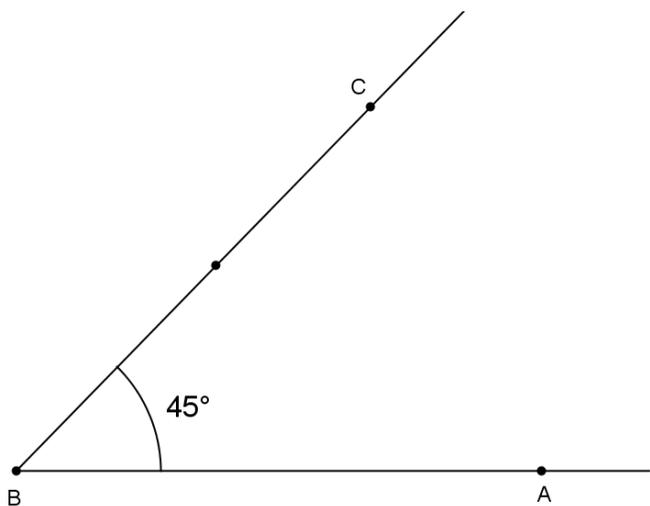
1º passo: Traçamos um dos lados do ângulo que queremos construir. No caso do ângulo \widehat{ABC} , como o vértice é o ponto B, iremos traçar a semirreta \overrightarrow{BA} .



2º passo: Posicionamos o transferidor fazendo coincidir seu centro com o ponto B e a linha de fé com a semirreta \overrightarrow{BA} . Daí marcamos um ponto auxiliar, para indicar a medida desejada (45°).

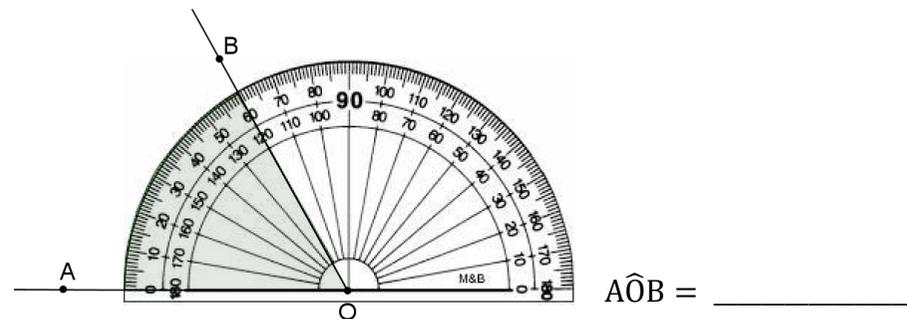


3º passo: Retiramos o transferidor e traçamos o outro lado do ângulo, a semirreta \overrightarrow{BC} , passando pelo ponto auxiliar.

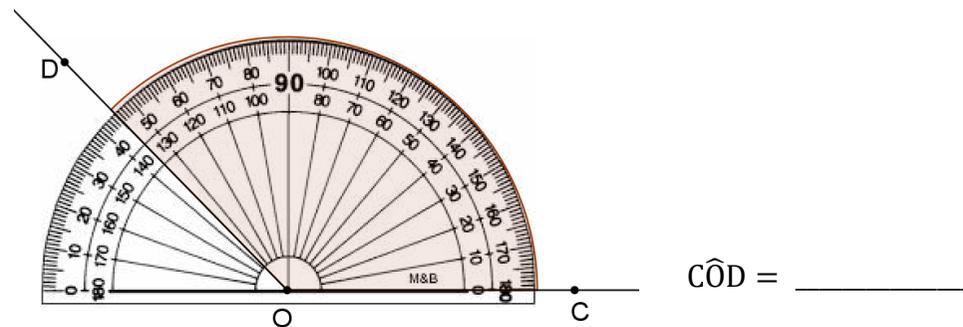


ATIVIDADE

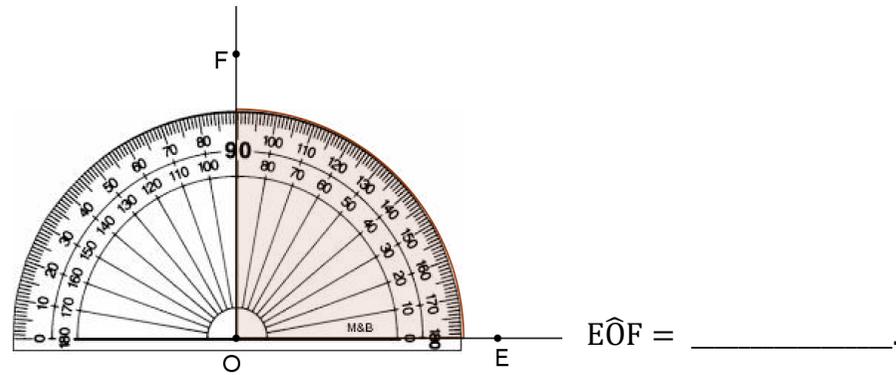
1) Observe as figuras e dê a medida de cada ângulo destacado:



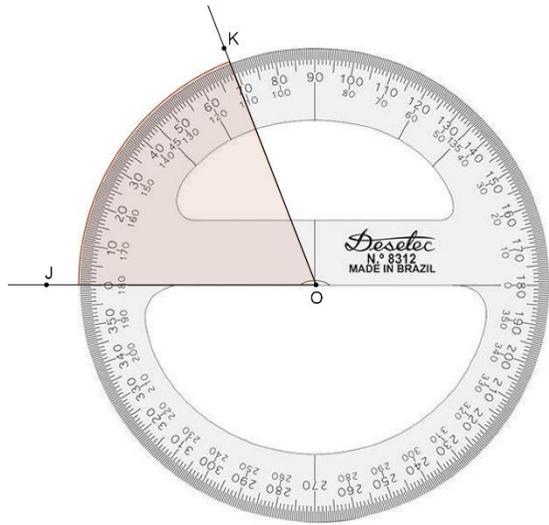
$\widehat{AÔB} = \underline{\hspace{2cm}}$.



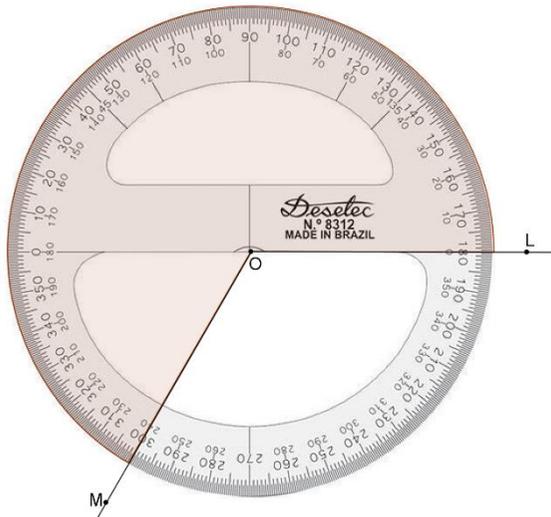
$\widehat{CÔD} = \underline{\hspace{2cm}}$.



$\widehat{EÔF} = \underline{\hspace{2cm}}$.

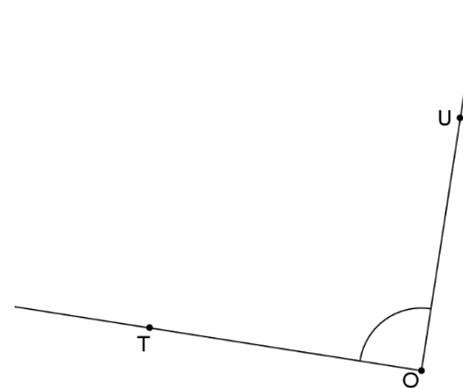
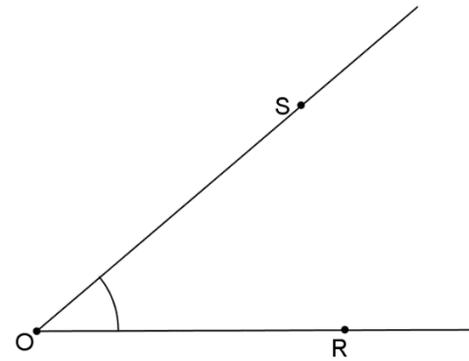
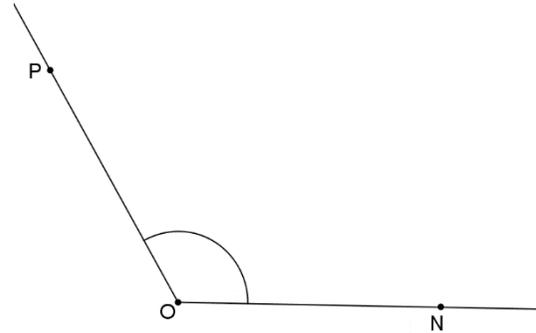


$\hat{J}ÔK =$ _____.

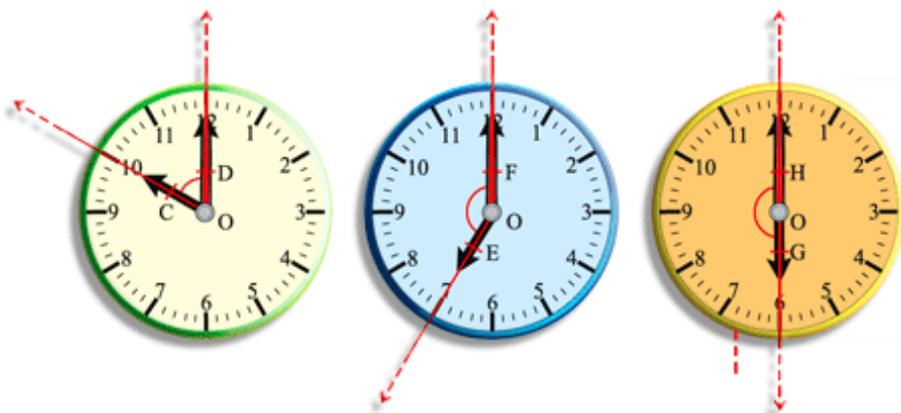


$\hat{L}ÔM =$ _____.

2) Utilizando o transferidor, determine a medida dos seguintes ângulos. (Se achar necessário você pode prolongar os lados do ângulo).



3) Observe os relógios e os ângulos destacados, formados pelos ponteiros das horas e dos minutos.



Comparando os horários apresentados, responda:

a) A que horas o ângulo tem a maior medida? Quanto mede esse ângulo?

_____.

b) A que horas o ângulo tem a menor medida? Quanto mede esse ângulo?

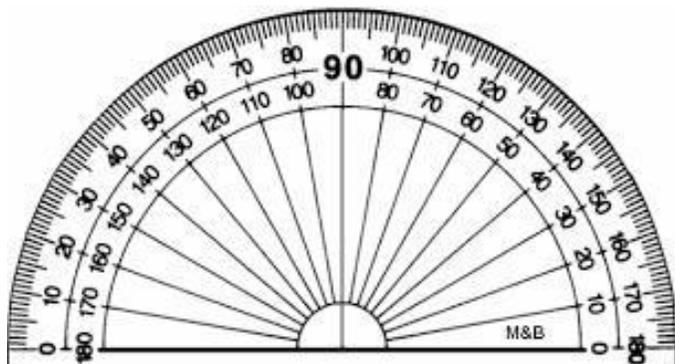
_____.

c) Qual a medida do ângulo formado às 7 horas?

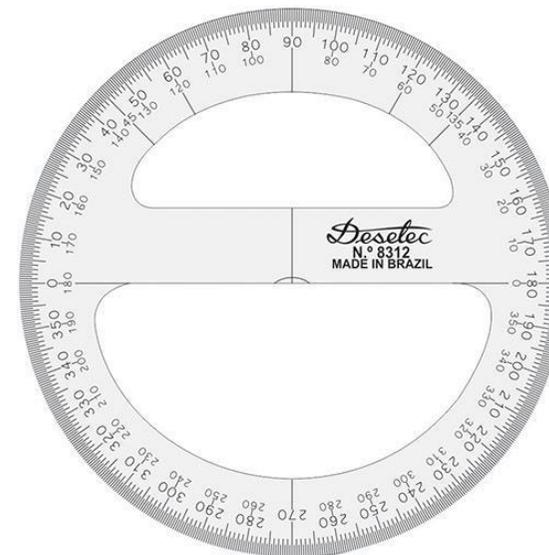
_____.

4) Sobre as imagens do transferidor, construa os ângulos:

- $\widehat{V\hat{O}X} = 65^\circ$



- $\widehat{Y\hat{O}W} = 150^\circ$



5) Construa os ângulos indicados com o auxílio do transferidor:

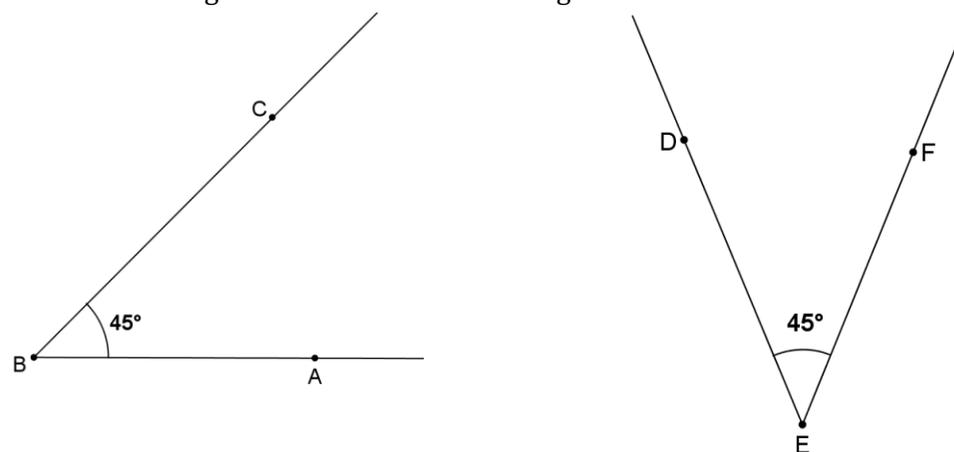
- $\widehat{A\hat{O}B} = 80^\circ$

- $\widehat{C\hat{O}D} = 125^\circ$

- $\widehat{E\hat{O}F} = 150^\circ$

ÂNGULOS CONGRUENTES

Considere os ângulos $\widehat{A\hat{B}C}$ e $\widehat{D\hat{E}F}$. Os dois ângulos têm a mesma medida: 45° .



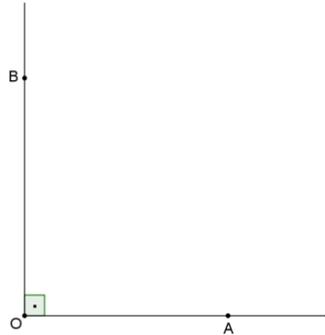
Dois ângulos que têm a mesma medida são chamados de ângulos congruentes.

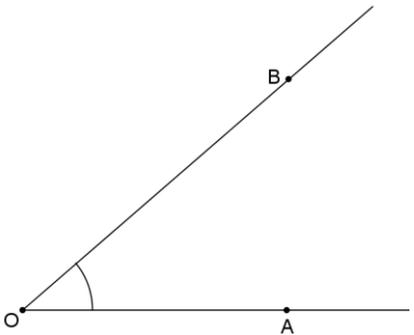
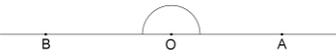
Logo, os ângulos $\widehat{A\hat{B}C}$ e $\widehat{D\hat{E}F}$ são congruentes, pois, possuem a mesma medida de 45° . Indicamos que eles são congruentes, assim:

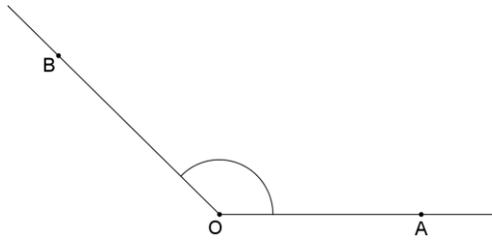
$$\widehat{A\hat{B}C} \equiv \widehat{D\hat{E}F}$$

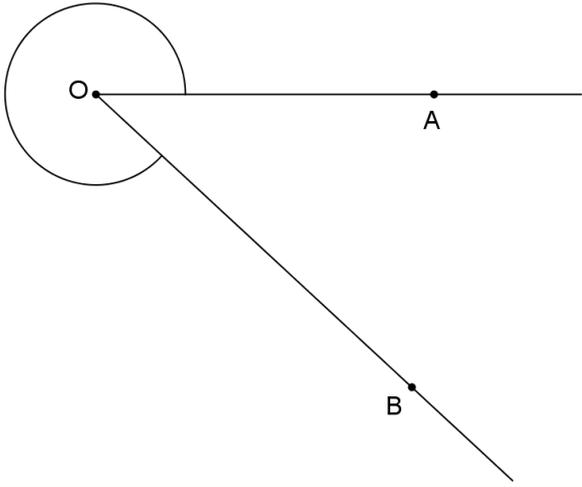
CLASSIFICAÇÃO DE ÂNGULOS

De acordo com a medida, os ângulos podem ser classificados da seguinte maneira:

Ângulo nulo	Ângulo reto
 <p>Medida igual a 0°.</p>	 <p>Medida igual a 90°.</p>

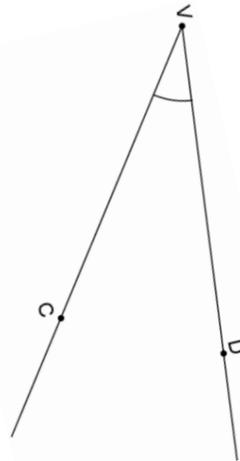
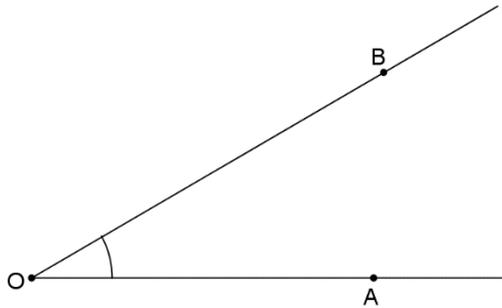
Ângulo agudo	Ângulo raso ou de meia volta
 <p>Medida maior que o ângulo nulo (0°) e menor que o ângulo reto (90°).</p>	 <p>Medida de 180°.</p>

Ângulo obtuso	Ângulo de uma volta
 <p>Medida maior que o ângulo reto (90°) e menor que o ângulo raso (180°).</p>	 <p>Medida de 360°.</p>

Ângulo côncavo
 <p>Medida maior que o ângulo raso (180°) e menor que o ângulo de uma volta (360°).</p>

ATIVIDADES

1) Observe os ângulos que seguem:



Agora responda:

- Qual é a medida do ângulo \widehat{AOB} ? _____
 - Qual é a medida do ângulo \widehat{CVD} ? _____
 - Os ângulos \widehat{AOB} e \widehat{CVD} são congruentes? Por quê?
- 2) Utilizando régua e transferidor, construa o ângulo \widehat{RST} , congruente ao ângulo \widehat{AOB} da questão anterior.

3) Seguindo o passo a passo, construa com régua e compasso, o ângulo \widehat{EFG} , congruente ao ângulo \widehat{AOB} da questão 6.

1º passo: Marque o vértice F e trace a semirreta \overrightarrow{FE} ;

2º passo: No ângulo \widehat{AOB} , coloque a ponta seca do compasso em O e trace um arco com extremidades nos lados desse ângulo. Chame essas extremidades de pontos I e H ;

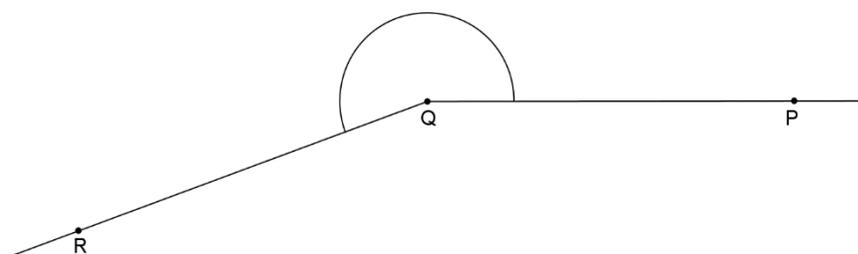
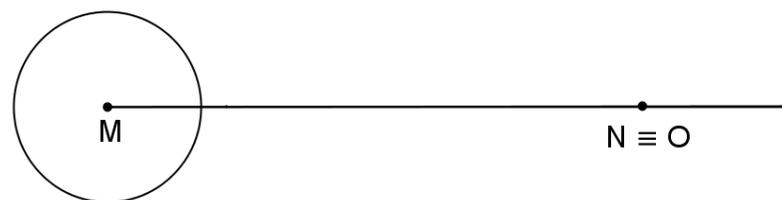
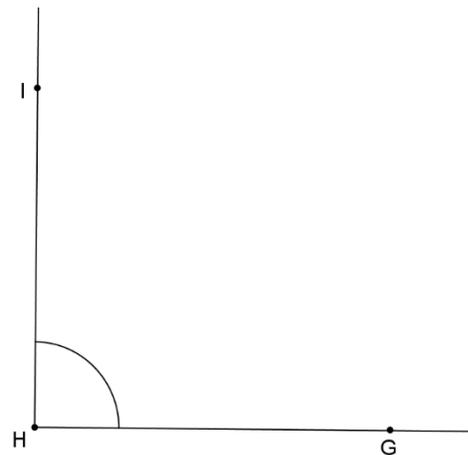
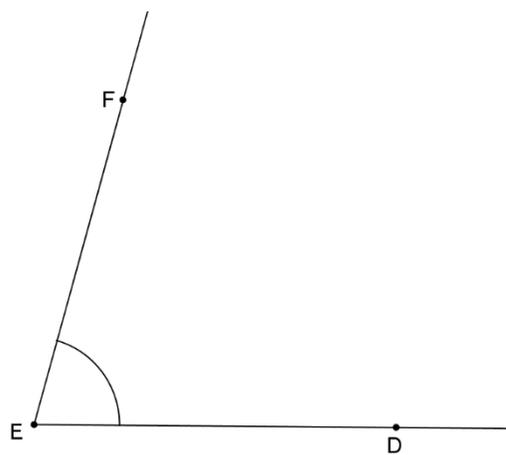
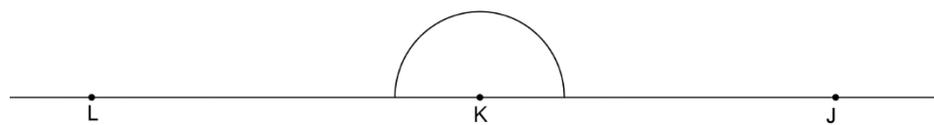
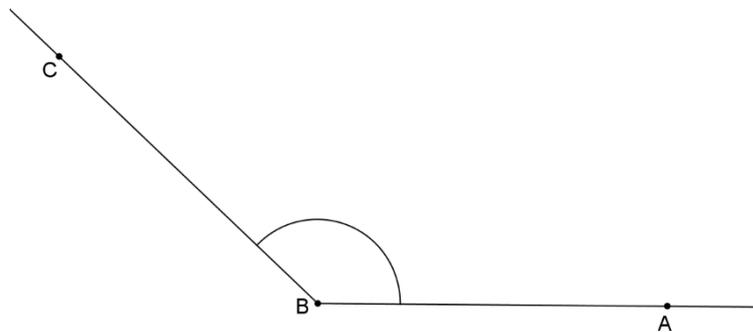
3º passo: Mantendo o compasso com a mesma abertura utilizada no **2º passo**, coloque a ponta seca do compasso em F e trace um arco com uma das extremidades na semirreta \overrightarrow{FE} e com medida maior que o arco traçado no passo anterior. Chame a extremidade sobre a semirreta \overrightarrow{FE} de ponto K ;

4º passo: No ângulo \widehat{AOB} , abra o compasso com a medida de \overline{IH} ;

5º passo: Coloque a ponta seca do compasso em K e trace um arco de modo que intercepte o outro que foi traçado no **3º passo**. Chame esse ponto de intersecção dos arcos de G ;

6º passo: Trace a semirreta \overrightarrow{FG} .

4) Determine a medida de cada um dos ângulos que seguem:



5) Baseado na questão anterior, responda:

a) Qual dos ângulos é agudo? _____

b) Qual dos ângulos é reto? _____

c) Qual dos ângulos é obtuso? _____

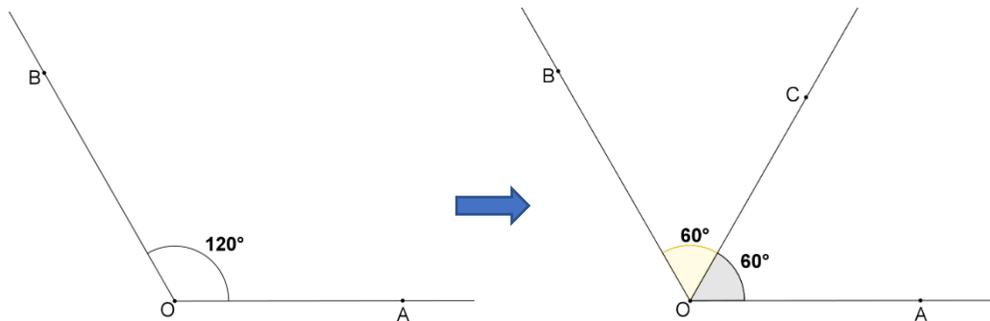
d) Qual dos ângulos é raso? _____

e) Qual dos ângulos é côncavo? _____

f) Qual dos ângulos é de uma volta? _____

BISSETRIZ DE UM ÂNGULO

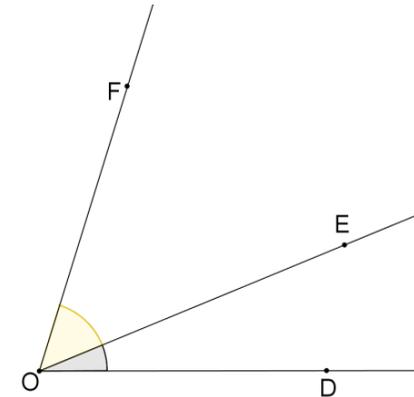
Bissetriz de um ângulo é a semirreta, com origem em seu vértice e que o divide em dois ângulos congruentes, ou seja, com a mesma medida.



\overrightarrow{OC} é a bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$.

ÂNGULOS CONSECUTIVOS

Dois ângulos são consecutivos quando possuem em comum o vértice e um dos lados.



Na figura acima, podemos identificar três ângulos: $D\hat{O}F$, $D\hat{O}E$ e $E\hat{O}F$. Veja que tomado dois a dois esses ângulos são sempre consecutivos.

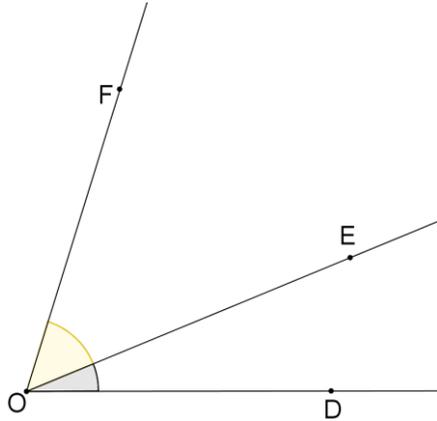
■ $D\hat{O}F$ e $D\hat{O}E$ são ângulos consecutivos, pois, possuem o vértice O e o lado \overrightarrow{OD} em comum;

■ $D\hat{O}F$ e $E\hat{O}F$ são ângulos consecutivos, pois, possuem o vértice O e o lado \overrightarrow{OF} em comum;

■ $D\hat{O}E$ e $E\hat{O}F$ são ângulos consecutivos, pois, possuem o vértice O e o lado \overrightarrow{OE} em comum.

ÂNGULOS ADJACENTES

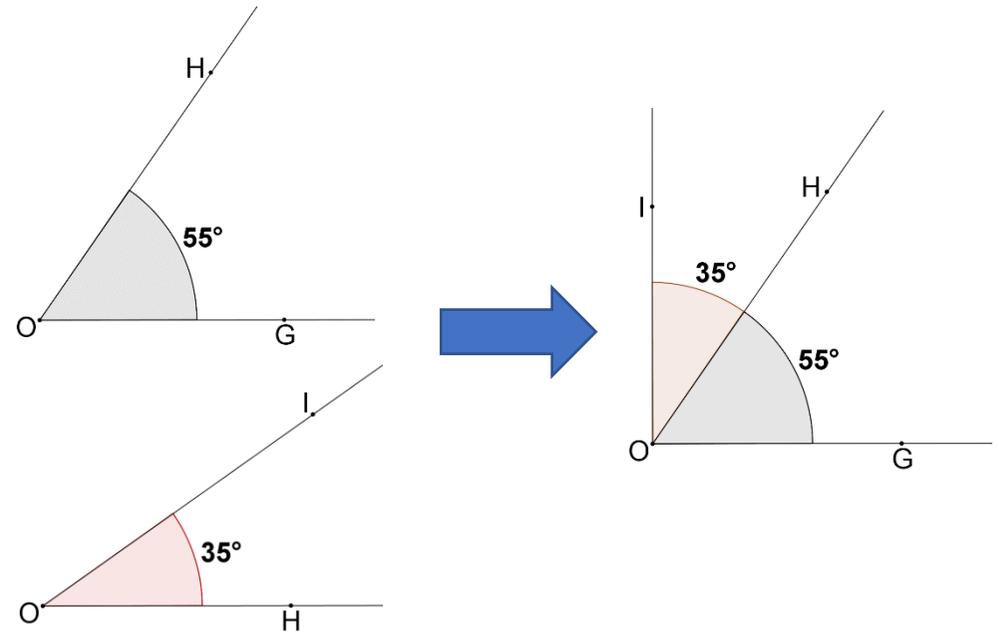
Dois ângulos consecutivos que não têm pontos internos comuns são chamados de ângulos adjacentes.



Veja que apenas o par de ângulos $\widehat{DÔE}$ e $\widehat{EÔF}$ são adjacentes, pois, são consecutivos e não possuem nenhum ponto interno em comum. Podemos concluir então que, todo par de ângulos adjacentes são consecutivos, mas, nem todo par de ângulos consecutivos são adjacentes.

ÂNGULOS COMPLEMENTARES

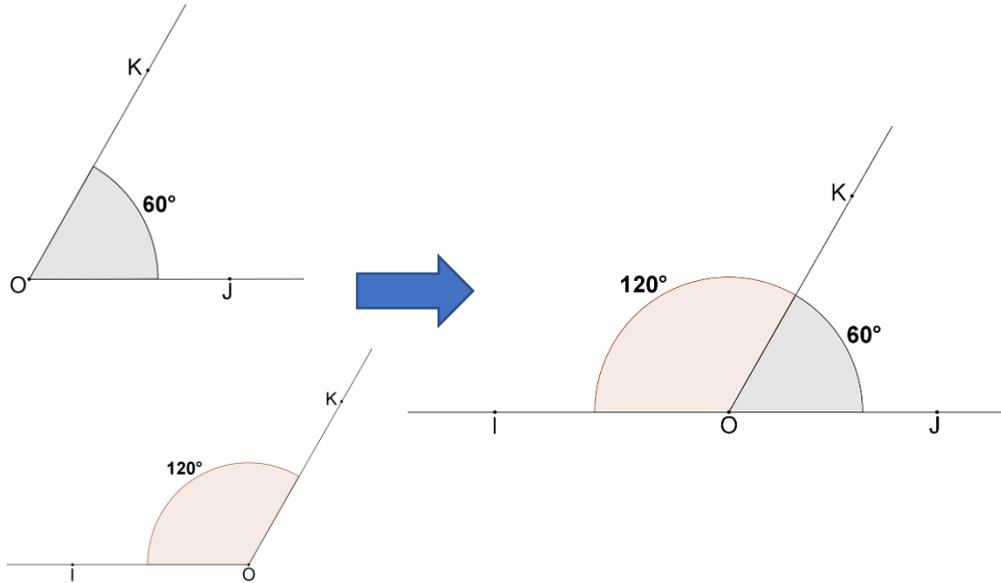
Quando a soma das medidas de dois ângulos é igual a 90° , esses ângulos são complementares.



Os ângulos $\widehat{GÔH}$ e $\widehat{HÔI}$ são complementares, pois $\widehat{GÔH} + \widehat{HÔI} = 90^\circ$.

ÂNGULOS SUPLEMENTARES

Quando a soma das medidas de dois ângulos é igual a 180° , esses ângulos são suplementares.

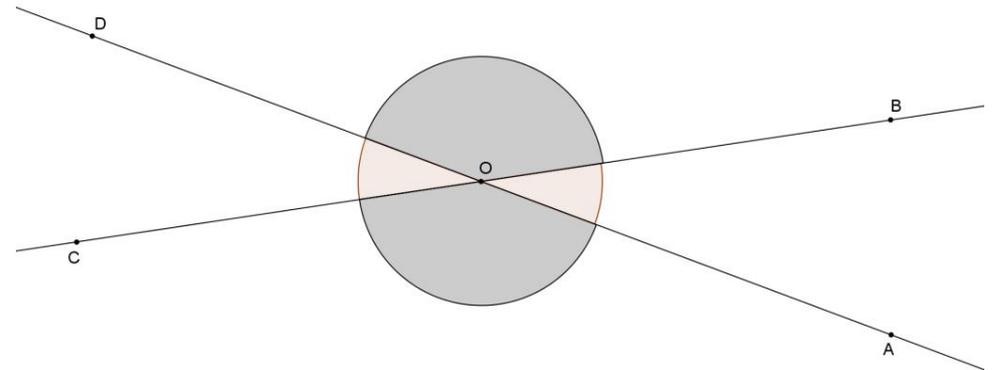


Os ângulos \widehat{JOK} e \widehat{KOI} são suplementares, pois $\widehat{JOK} + \widehat{KOI} = 180^\circ$.

ÂNGULOS OPOSTOS PELO VÉRTICE

Dois ângulos são opostos pelo vértice quando os lados de um são semirretas opostas aos lados do outro.

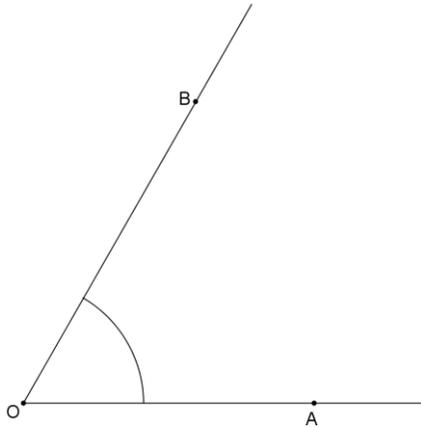
Na prática, o que vemos são duas retas concorrentes formando quatro ângulos, onde verificamos que os ângulos opostos pelo vértice são congruentes, ou seja, possuem a mesma medida.



Os ângulos \widehat{AOB} e \widehat{COD} são opostos pelo vértice.
Os ângulos \widehat{AOC} e \widehat{BOD} são opostos pelo vértice.

ATIVIDADES

- 1) Utilizando régua e transferidor, construa a bissetriz \overrightarrow{OC} do ângulo \widehat{AOB} .



Agora responda:

- a) O ângulo \widehat{AOB} mede _____.
b) Os ângulos \widehat{AOC} e \widehat{BOC} medem _____.

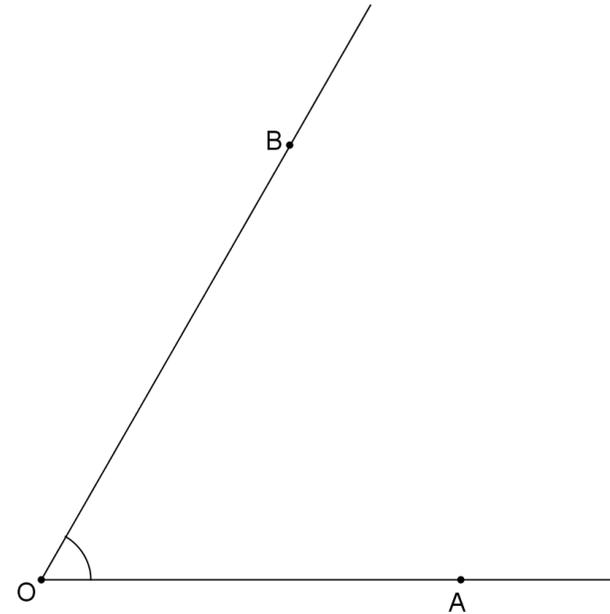
- 2) Utilizando régua e compasso, construa a bissetriz \overrightarrow{OC} do ângulo \widehat{AOB} , seguindo o passo a passo:

1º passo: Com abertura qualquer no compasso, coloque a ponta seca no vértice **O** e construa um arco com extremidades nos lados do ângulo \widehat{AOB} . Chame essas extremidades de pontos **D** e **E**;

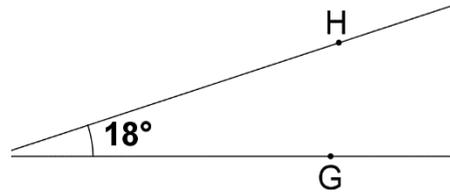
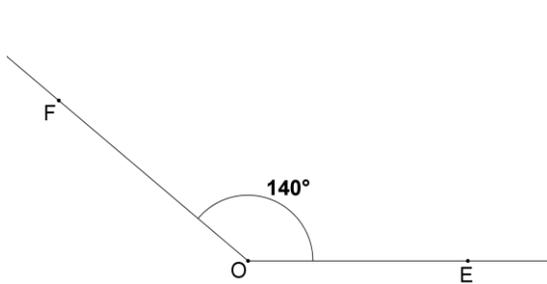
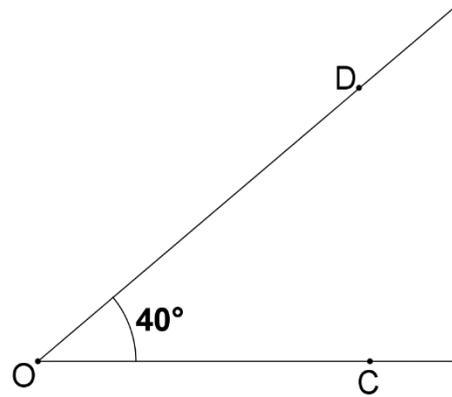
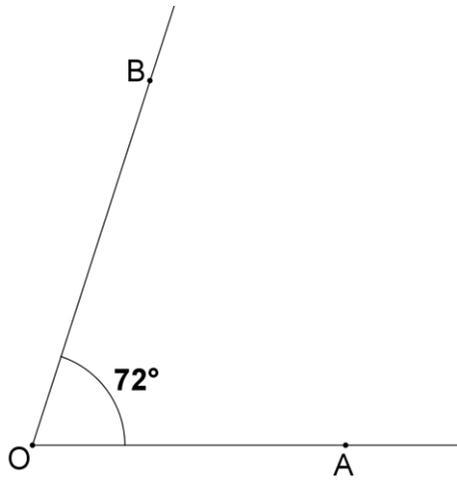
2º passo: Com a mesma abertura utilizada anteriormente, coloque a ponta seca do compasso em **D** e trace um arco;

3º passo: Continuando com a mesma abertura, coloque agora a ponta seca do compasso em **E** e trace outro arco que intercepte o anterior. Chame esse ponto de **C**;

4º passo: Com origem no vértice **O** e passando por **C** trace a bissetriz \overrightarrow{OC} .



3) Observe os ângulos que seguem:



Agora, complete:

a) Os ângulos _____ e _____ são complementares, porque _____.

b) Os ângulos _____ e _____ são suplementares, porque _____.

4) Determine a medida de cada um dos quatro ângulos que seguem:

